

Spigolature astronomiche★

A cura di Annibale D'Ercole

INAF · Osservatorio di astrofisica e scienza dello spazio di Bologna (OAS)

Buchi neri, *quasar* e l'argomento di Soltan

Annibale D'Ercole

CONSIDERIAMO galassie di ragguardevoli dimensioni. Galassie a spirale come la nostra sono composte da un disco stellare del diametro di 100.000 anni luce e massa di $5 \times 10^{10} M_{\odot}$ (dove $M_{\odot} = 2 \times 10^{33} \text{ g}$ è la massa del Sole). Al centro è presente un rigonfiamento circa sferico con un diametro pari a un decimo di quello del disco e massa di $9 \times 10^9 M_{\odot}$. Esistono anche galassie con masse che possono arrivare a essere 100 volte quella della nostra, dette ellittiche in quanto sono simili (in scala maggiorata) al rigonfiamento delle spirali senza essere circondate da alcun disco.

Alcune di queste galassie contengono al centro una potente sorgente di energia, e per questo vengono indicate con l'acronimo AGN (*Active Galactic Nucleus*). Ci sono diversi tipi di AGN a seconda delle loro caratteristiche (si veda, ad esempio, la FIG. 1). Noi, tuttavia, ci occuperemo delle più energetiche (legate prevalentemente a galassie ellittiche di grande massa), dette *quasar*, la cui luminosità può arrivare ad essere migliaia di volte quella della nostra Galassia (pari a $2,5 \times 10^{10} L_{\odot}$, dove $L_{\odot} = 4 \times 10^{33} \text{ erg/s}$ è la luminosità solare). Una simile luminosità "oscura" quella stellare diffusa della galassia ospite e un *quasar* distante appare non come una "macchiolina" estesa ma come un "puntino" luminoso simile ad una stella; e infatti il nome *quasar* deriva dall'acronimo "QUASistellar". Se però si considera lo spettro di emissione (ossia l'intensità emessa ad ogni lunghezza d'onda), la differenza con le stelle risulta significativa (FIG. 2). Nonostante la loro rarità i *quasar*

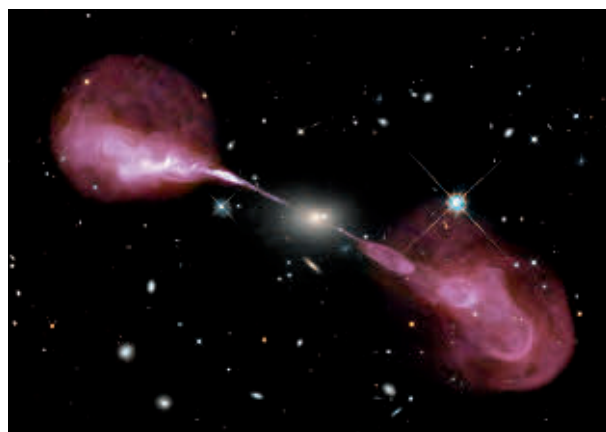


FIG. 1. Immagine ottica della galassia AGN Hercules A, distante due miliardi di anni luce, ottenuta con il telescopio spaziale Hubble (macchia chiara centrale) sovrapposta all'immagine radio (in falsi colori per renderla visibile) ottenuta con il VLA. Nell'ottico la galassia, pur essendo 1000 volte più massiccia della Via Lattea, ha comunque un aspetto ordinario. Nel radio, tuttavia, appaiono due *jet* lunghi un milione di anni luce che confluiscono in due vasti lobi che fanno di Hercules A una delle radiosorgenti più potenti.

contribuiscono a circa il 10% della radiazione presente nell'universo.

Entriamo ora nel vivo della discussione premettendo che alcune delle affermazioni "calate dall'alto" verranno giustificate nel livello avanzato. La legge di Hubble-Lemaître ci dice che maggiore è la velocità di allontanamento di una sorgente da noi, maggiore è la sua distanza. Grazie a questa legge da una sessantina di anni sappiamo che gli oggetti più distanti che riusciamo ad osservare sono proprio i *quasar* in virtù della loro enorme potenza: i più lontani distano circa 13 miliardi di anni luce. La luminosità dei *quasar* può variare significativamente su tempi scala molto brevi, dell'ordine di settimane o mesi. Come mostrato in FIG. 3, questo significa che tale luminosità viene prodotta in un volume con un diametro non superiore a settimane o mesi luce, dimensioni decisamente minuscole se paragonate a quelle delle galassie.

Sono stati identificati circa 2×10^5 *quasar*. Il loro numero aumenta con la distanza: questo significa che erano più comuni quando l'universo era più

* Questa rubrica – iniziata nel 1999 e che ha ormai superato gli ottanta numeri – si propone di presentare in modo sintetico e, per quanto possibile, autoconsistente argomenti che stanno alla base della conoscenza astronomica, spesso trascurati nella letteratura divulgativa, in quanto ritenuti di conoscenza generale oppure troppo difficili o troppo noiosi da presentare ad un pubblico non specialistico. Questi "fondamenti di astronomia", volutamente trattati in uno spazio limitato, possono essere letti a due livelli; eventuali approfondimenti per i lettori che desiderino ampliare la conoscenza dell'argomento vengono esposti in carattere corsivo e incorniciati. Si suggerisce questa rubrica, quindi, a studenti dei vari tipi e livelli di scuole. Le *Spigolature astronomiche* si possono trovare anche in rete, nel sito Web del «Giornale di Astronomia», <http://giornaleastronomia.difa.unibo.it/giornale.html>.

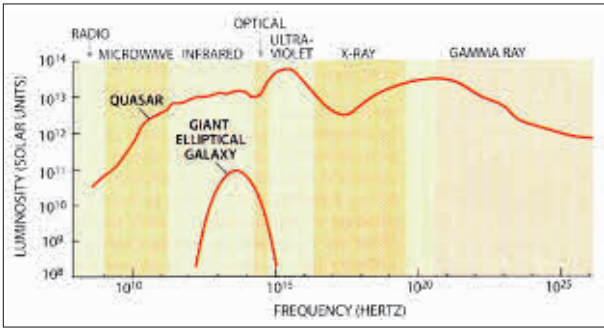


FIG. 2. Spettro del *quasar* 3C273, uno dei più luminosi e il primo ad essere stato scoperto. A paragone con lo spettro di una normale galassia ellittica gigante lo spettro si estende su un ben più vasto intervallo di frequenze. Nel visibile il *quasar* è migliaia di volte più luminoso.

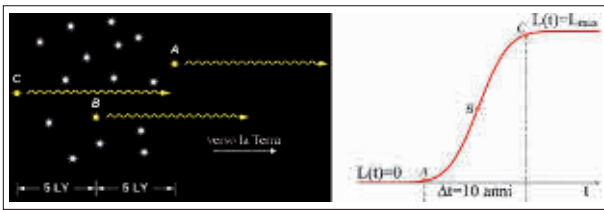


FIG. 3. Questi due diagrammi mostrano come la variazione di luminosità emessa in una regione appare estendersi nel tempo quando la si osserva da Terra. Immaginiamo che tutte le stelle del gruppo raffigurato nel pannello di sinistra che si estende per $D = 10$ anni luce si accendano istantaneamente e contemporaneamente. Dalla Terra la stella A apparirà accendersi 5 anni prima della stella B che a sua volta apparirà 5 anni prima della stella C. Come mostrato nel pannello di destra, la luminosità osservata $L(t)$ (linea rossa) non è istantanea ma impiega un tempo $\Delta t = 10$ anni per raggiungere il massimo valore L_{max} . Da questo ritardo è possibile risalire alle dimensioni del gruppo: $D \approx c\Delta t$, dove c è la velocità della luce. I tre pallini rossi A, B e C lungo la linea rappresentante $L(t)$ indicano il tempo a cui le tre omonime stelle appaiono inizialmente.

giovane. La loro densità (numero per unità di volume) raggiunge il massimo valore quando l'età dell'universo era pari al 20% di quella attuale (che è di circa 13,7 miliardi d'anni). Questo periodo viene detto "l'era dei *quasar*" (FIG. 4). Oggi non vi sono *quasar* nelle nostre "vicinanze".

Qual è il potentissimo e al contempo "microscopico" motore che alimenta i *quasar*? E perché quest'ultimi tendono a sparire al passare del tempo cosmico?

Fin dall'inizio i sospetti per quanto riguarda la sorgente di energia dei *quasar* si appuntarono su eventuali buchi neri posti al centro delle galassie. I buchi neri sono oggetti estremamente compatti. Un buco nero non ruotante, detto buco nero di Schwarzschild, è caratterizzato unicamente dalla sua massa M e dal parametro ancillare, detto raggio di Schwarzschild, $R_s = 3 (M/M_\odot)$ km. Qualunque oggetto con dimensioni inferiori al proprio R_s è un buco nero. Ad esempio, in base alla formula per R_s il Sole, per diventare un buco nero, dovrebbe essere compresso dal suo attuale raggio $R_\odot = 700.000$ km fino ad un raggio pari o inferiore a 3 km; dal momento che la gravità varia con la distanza r dal centro del Sole come $1/r^2$, la forza di attrazione di un

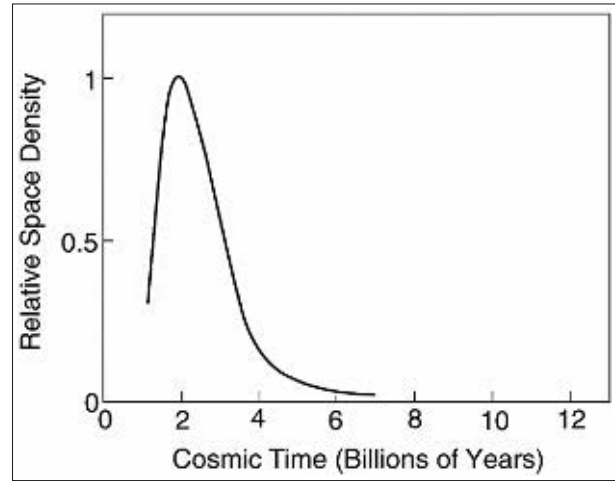


FIG. 4. Il grafico mostra l'andamento in funzione dell'età dell'universo della densità dei *quasar* normalizzata $\bar{n}(t) = n(t)/n_{max}$, dove n_{max} rappresenta il valore massimo della curva. Come si vede, l'era dei *quasar* si estende circa nell'intervallo 1-4 miliardi di anni.

buco nero di "stazza" solare aumenta nei pressi di R_s di un fattore $R_\odot^2/R_s^2 \sim 5 \times 10^{10}$. Questo spiega il perché dell'enorme gravità presente nei dintorni di un buco nero.

Il raggio di Schwarzschild definisce una superficie sferica ideale di raggio R_s detta *orizzonte degli eventi* centrata sul buco nero e che ne caratterizza gli effetti. Come per tutti gli altri corpi, anche nel caso di un buco nero un oggetto nelle sue vicinanze dovrà avere una velocità pari o superiore a una velocità minima (detta velocità di fuga) per riuscire ad allontanarsi indefinitamente svincolandosi dalla gravità. Al pari di quest'ultima, anche la velocità di fuga aumenta al diminuire della distanza r fino a raggiungere il valore della velocità della luce $c = 3000.000$ km/s per $r = R_s$. Pertanto, essendo c una velocità invalicabile, qualunque cosa (luce compresa) abbia la disavventura di cadere all'interno dell'orizzonte degli eventi è destinata a rimanervi intrappolata perché per uscirne dovrebbe muoversi con una velocità superiore a c .

Quanto appena descritto è illustrato in FIG. 5 tramite l'analogia con un gorgo marino. Tale gorgo, tuttavia, è rappresentato in maniera estremamente semplificata in quanto l'acqua è mostrata muoversi radialmente verso il centro, mentre in realtà sappiamo che essa ruota spiraleggiando come l'acqua nello scarico di un lavandino. Ed in realtà qualcosa di simile accade anche per i buchi neri. Data la rotazione della galassia il materiale in caduta verso il buco nero non si muove radialmente ma si avvicina spiraleggiando disponendosi su di un disco detto *disco di accrescimento* (FIG. 6). Concentrandosi verso volumi sempre più piccoli il gas aumenta la propria densità e la propria compressione. L'energia cinetica del gas in caduta viene parzialmente trasformata in calore a causa dell'enorme attrito tra elementi di gas che si muovono a diversa velocità. Tutto questo permette al gas di raggiungere temperature di milioni di gradi. Tuttavia la temperatura non è uniforme: il

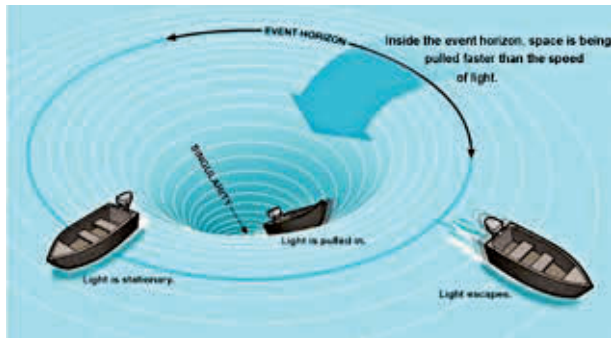


FIG. 5. Metafora di un buco nero. Un gorgo oceanico risucchia acqua la cui velocità aumenta man mano che si avvicina al centro. Sono presenti anche barche in grado di muoversi con una velocità massima v_{max} rispetto all'acqua. Possiamo allora individuare un cerchio ideale – che chiamiamo *orizzonte degli eventi* – quale luogo dei punti in cui l'acqua ha una velocità v_{max} . Una barca che abbia già superato l'orizzonte non ha alcuna possibilità di uscire dal gorgo perché l'acqua precipita con una velocità superiore a v_{max} . Il contrario vale per una barca “al di qua” dell'orizzonte.

gas verso il centro, più compresso, raggiunge temperature sufficientemente alte da emettere radiazione più energetica (raggi gamma e X), mentre nelle regioni più esterne la temperatura decresce e viene emessa radiazione più “debole” (ultravioletta, visibile, infrarossa). Questo spiega l'estensione dello spettro dei *quasar* (FIG. 2).

In questo processo il buco nero può essere considerato una sorta di fornace che emette energia dopo che vi è stato introdotto del combustibile (il materiale del disco di accrescimento) di massa M . La celeberrima formula di Einstein $E = Mc^2$ rappresenta una misura naturale dell'efficienza ϵ di una qualunque fornace: il rapporto tra l'energia prodotta consumando una frazione ϵ di M e l'energia della massa iniziale M . Abbiamo $\epsilon \approx 5 \times 10^{-10}$ per fornaci che utilizzano combustibile fossile o reazioni chimiche. Reazioni nucleari basate sulla fissione dell'uranio o sulla fusione dell'idrogeno in elio (come accade al centro del Sole) hanno, rispettivamente, valori di ϵ pari a 0,1% e 0,3%. I buchi neri hanno un'efficienza di almeno il 10%. Se la luminosità dei *quasar* provenisse da agglomerati stellari al centro delle galassie, sarebbe necessario utilizzare l'intera massa di quest'ultime per ottenere tutta la radiazione emessa, un esito decisamente in contrasto con le osservazioni. D'altra parte, data la loro alta efficienza, ai buchi neri è sufficiente accrescere meno di $10^9 M_\odot$ durante la vita di un *quasar* (inferiore al miliardo d'anni), una quantità di gas facilmente reperibile al centro delle giovani e grandi galassie, quando il gas non è ancora stato massicciamente consumato dalla formazione stellare.

Abbiamo detto che fin dall'inizio vi fu chi pensò ai buchi neri come motore dei *quasar* per i motivi che abbiamo descritto. Ma perché un *quasar* – e, più in generale, un AGN – possano raggiungere la loro straordinaria luminosità è necessario che il buco nero centrale sia super massiccio, con una massa dell'ordine di $10^5 - 10^9 M_\odot$. Naturalmente, gli astronomi erano a conoscenza della possibile esistenza di

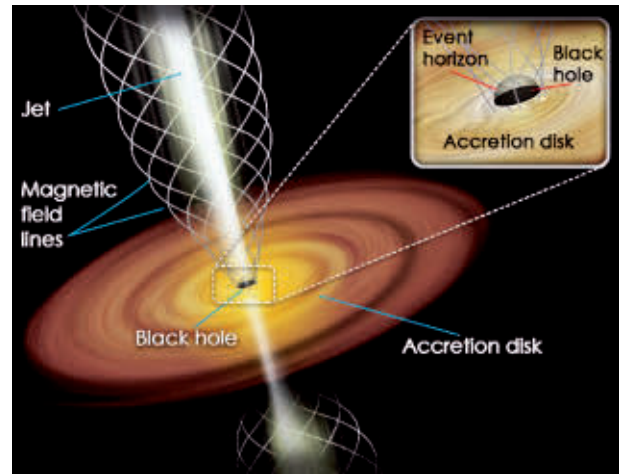


FIG. 6. Ricostruzione artistica di un buco nero circondato da un disco di accrescimento. Si noti la presenza dei due *jet* ortogonali al disco lungo i quali viene scagliata a velocità relativistica parte del gas del disco. Questi *jet* possono dare luogo a risultati spettacolari (vedi FIG. 1). Tuttavia, il meccanismo alla base della formazione dei *jet* non è ancora ben compreso e noi non li trattiamo in questa sede.

buchi neri con massa dell'ordine $3 - 100 M_\odot$ come residuo di stelle massicce al termine della loro evoluzione,¹ ma rimanevano scettici sulla possibile esistenza di buchi neri super massicci. Nel 1983, tuttavia, l'astronomo polacco Andrzej Soltan mostrò che effettivamente non solo i *quasar* ma anche le galassie normali devono contenere un buco nero super massiccio. Infatti, al termine della sua attività dovuta all'esaurimento dell'accrescimento, il buco nero deve comunque rimanere al centro della galassia ospite che ora appare ordinaria. Il ragionamento dell'astronomo polacco, semplice ed elegante, è noto come l'*argomento di Soltan*. Ne diamo qui una descrizione semplificata.

Dal momento che l'universo su larga scala è omogeneo, ci aspettiamo che lo sia anche la densità media di radiazione dovuta ai *quasar*. È possibile misurare questa densità di energia sommando il contributo di tutti *quasar* osservati all'interno di un certo numero di volumi e dividendo poi per i volumi stessi. Nell'ipotesi che questa energia sia effettivamente creata dall'accrescimento di una massa M di materia che va a formare buchi neri massicci, la radiazione prodotta col 10% di efficienza è pari a $0,1 Mc^2$. Analogamente, se la densità media dei buchi neri ormai spenti è ρ , la densità di energia prodotta dai *quasar* deve essere stata $0,1\rho c^2$. Per quanto abbiamo appena detto, noi misuriamo quest'ultima quantità e possiamo quindi ricavarne ρ . Risulta che mediamente all'interno di un cubo di volume 10^2 Mpc^3 ($1 \text{ Mpc} = 3,26 \times 10^6$ anni luce $= 3,08 \times 10^{24}$ cm) vi sono buchi neri spenti con una massa totale di $10^7 M_\odot$ e una sola grande galassia. Quindi, me-

¹ Si ritiene che le prime stelle che si sono formate dopo il Big Bang avessero masse di qualche centinaio di masse solari. Questo giustifica l'ipotesi di buchi neri stellari primordiali con massa dell'ordine di $100 M_\odot$.

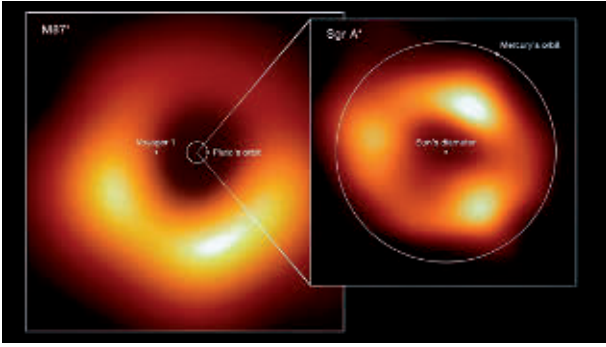


Fig. 7. Immagini “dirette” dei buchi neri in M87 e nella Via Lattea.

diamente ognuna di queste galassie ha un buco nero di massa $10^7 M_{\odot}$.

Come abbiamo detto, l'argomento di Soltan è stato formulato quando l'idea della presenza di buchi neri massicci era altamente speculativa. Negli anni successivi, grazie al miglioramento tecnologico, le osservazioni hanno corroborato questa ipotesi. Infatti, risulta che le stelle nel centro delle galassie hanno una velocità che permetterebbe loro di disperdersi verso regioni più esterne. Se questo non accade vuol dire che esiste un potente attrattore centrale le cui caratteristiche, come mostrano i calcoli, rispecchiano quelle di un buco nero di cui è possibile calcolare la massa (tramite la velocità delle stelle che vi orbitano intorno). Queste osservazioni mostrano che la massa del buco nero centrale è pari, statisticamente, a circa lo 0,2% della massa stellare della galassia (gigante) ospite.

È anche possibile seguire un ragionamento inverso. Dal conteggio nelle galassie massicce dell'universo locale (anziché dal conteggio dei *quasar* lontani) è possibile risalire alla densità ρ_* della massa stellare e da questa alla densità dei buchi neri $\rho = 2 \times 10^{-3} \rho_*$. I valori di ρ ottenuti per questa via sono assolutamente consistenti con quelli derivati dall'argomento di Soltan. Non c'è quindi dubbio che i buchi neri massicci rappresentano ciò che rimane dell'attività dei *quasar* e, più in generale, degli AGN. Al di là delle evidenze indirette descritte, recentemente sono stati osservati direttamente² due buchi neri super massicci. Il primo (di cui ci siamo occupati nel n. 4 del 2019) ha una massa di $6,5 \times 10^3 M_{\odot}$ e si trova al centro della galassia ellittica attiva M87 di massa $2,4 \times 10^{12} M_{\odot}$; il secondo – indicato come Sgr A* – è posto al centro della nostra Galassia e ha una massa di $4 \times 10^6 M_{\odot}$. Dunque, in passato la Via Lattea è stata un *quasar* o più probabilmente un AGN per via della “ridotta” massa del suo buco nero (FIG. 7).

Anche se molto è stato capito riguardo ai *quasar*, rimangono alcuni punti ancora da chiarire. La relazione tra la massa di un buco nero e la massa stellare della galassia ospite suggerisce che l'evoluzione di questi due oggetti procede di conserva nonostante

² Naturalmente un buco nero per definizione non può essere osservato direttamente. Ma è possibile osservare il disco di accrescimento che appare come una ciambella con un buco centrale.

l'enorme disparità di dimensioni. Questa correlazione è difficile da spiegare e propone inoltre l'antico dilemma dell'uovo e della gallina: sono le galassie a determinare le proprietà dei *quasar*, o viceversa?

Supponiamo di avere un oggetto di massa m sulla superficie di un corpo celeste di massa $M \gg m$ e raggio R . L'energia di legame gravitazionale³ tra i due corpi è $U = -GMm/R$, dove G è la costante gravitazionale. Per poter svincolare l'oggetto dal corpo celeste e allontanarlo indefinitamente è necessario fornirgli un'energia cinetica (ovviamente positiva) K che sia almeno pari a $-U$: $GMm/R = 0,5 mv_f^2$, dove v_f è la cosiddetta velocità di fuga che possiamo ricavare dall'uguaglianza appena scritta come $v_f = (2GM/R)^{0,5}$. Come si vede, la velocità di fuga aumenta al diminuire di R . Se la sorgente gravitazionale è un buco nero, la possiamo grossolanamente visualizzare come un oggetto puntiforme a cui possiamo avvicinarci fino a raggiungere il raggio critico R_s – detto raggio di Schwarzschild – dove la velocità di fuga è uguale a quella della luce. Riordinando la formula per la velocità di fuga data più sopra e ponendo $v_f = c$ otteniamo $R_s = 2GM/c^2 = 3(M/M_{\odot})$ km.

L'ultimo passaggio richiama l'espressione utilizzata nel livello base ed è stata ottenuta utilizzando la massa solare come unità di misura della massa. Il significato fisico di R_s è stato illustrato nel livello base.

Un elemento di gas del disco di accrescimento si avvicina al buco nero seguendo spirali sempre più strette e sempre più circolari. Vale la pena attardarsi su questo punto perché si rivelerà utile tra breve. In fisica classica è sempre possibile per una particella di massa m seguire un'orbita circolare stabile di raggio R attorno ad un attrattore di massa $M \gg m$ purché la sua velocità v generi una forza centrifuga uguale e contraria a quella gravitazionale: $GMm/(R^2) = mv^2/R$, ossia $-U = 2K$.

Pertanto, l'energia totale del corpo è $E = U + K = 0,5 U = -GMm/2R$.

Nel caso di una particella che ruoti molto vicino a un buco nero (sia pure con $R > R_s$) le cose sono un poco diverse. Per opporsi all'enorme gravità la particella deve sviluppare una forza centrifuga altrettanto intensa muovendosi a velocità relativistiche. Ma dalla Relatività sappiamo che un corpo in movimento aumenta la sua massa secondo la formula $m_0/(1 - v^2/c^2)^{0,5}$, dove m_0 rappresenta la

³ Per coloro in possesso di qualche nozione di analisi matematica ricordiamo che l'energia di legame è pari al lavoro fatto per spostare l'oggetto da R all'infinito. Il lavoro è definito come forza \times spostamento, per cui il lavoro infinitesimo per allontanare l'oggetto di una distanza infinitesima dr è $dL = -GMm dr/r^2$ (la gravità è negativa perché è diretta in basso). Pertanto, il lavoro totale è $U = \mathcal{L} = \int_R^{\infty} dL = -GMm \int_R^{\infty} dr/r^2 = -GMm/R$. L'energia di legame è negativa. Infatti, per “slegare” l'oggetto è necessario fornirgli un'energia cinetica positiva che controbilanci quella di legame.

massa a riposo. Questo produce un aumento nell'attrazione gravitazionale tale da perturbare il moto della particella. Risulta che l'ultima orbita circolare stabile ha un raggio $R_{st} = 3R_s$ (questo punto è stato trattato con maggior rigore nel n. 4 del 2019). Per raggi minori il corpo deflette al di là dell'orizzonte degli eventi in un tempo brevissimo ($\sim 10^{-4}$ s) durante il quale non ha il tempo di emettere significativamente.

Come sappiamo, è possibile collegare la luminosità L di un quasar all'accumulo e alla crescita della massa del buco nero centrale. Supponiamo che in un intervallo di tempo Δt il disco di accrescimento rilasci nel buco nero una quantità di materia ΔM . In verità, prima di sparire questa materia fa in tempo a irradiare una quantità di energia ΔE pari ad una frazione ε (detta efficienza) della sua massa/energia: $\Delta E = \varepsilon \Delta M c^2$. Pertanto, l'incremento ΔM_{BH} della massa del buco nero è $\Delta M_{BH} = (1 - \varepsilon) \Delta M$. Il tasso di emissione nell'unità di tempo è proprio la luminosità $L = \Delta E / \Delta t = \varepsilon \Delta M c^2 / \Delta t$.

Indichiamo poi il tasso di variazione delle masse come $\dot{M} = \Delta M / \Delta t$ e $\dot{M}_{BH} = \Delta M_{BH} / \Delta t$.

Possiamo pertanto scrivere

$$L = \varepsilon \dot{M} c^2 \quad (1)$$

$$\dot{M}_{BH} = (1 - \varepsilon) \dot{M}. \quad (2)$$

Un calcolo approssimativo del valore di ε lo si ottiene come segue. Nel livello base abbiamo visto come l'energia emessa dal gas in caduta derivi dall'energia gravitazionale U rilasciata durante lo spostamento da una distanza infinita fino ad un raggio minimo (che nel nostro caso è R_{st}); questa energia si trasforma man mano in energia di movimento e in calore radiante. Possiamo allora scrivere

$$L = \frac{GM_{BH} \dot{M}}{2R_{st}} = \frac{GM_{BH} \dot{M} c^2}{12GM_{BH}} = \frac{1}{12} \dot{M} c^2 = \varepsilon \dot{M} c^2.$$

Pertanto otteniamo $\varepsilon \approx 0,1$.

In base all'eq. (1) si potrebbe pensare che in presenza di tassi di accrescimento adeguati un buco nero possa avere una luminosità arbitrariamente alta. In realtà esiste un limite all'intensità di radiazione emessa da un oggetto centrale di massa M . Infatti, per luminosità troppo elevate i fotoni esercitano sul gas una forza derivante dalla pressione di radiazione in grado di contrastare la forza di gravità fino ad impedire l'accrescimento. Uguagliando queste due forze si ottiene (tramite calcoli non eccessivamente complessi, su cui comunque non ci soffermiamo, ma che abbiamo trattato nelle

Spigolature del n. 4 del 2005) la luminosità di Eddington, ossia la massima luminosità possibile:

$$L_{Ed} = 3,2 \times 10^4 \left(\frac{M_{BH}}{M_{\odot}} \right) L_{\odot} \quad (3)$$

a cui, mediante l'eq. (1), è associato il tasso di accrescimento di Eddington

$$\dot{M}_{Ed} = \frac{1}{\varepsilon} \frac{M}{t_{Ed}}, \quad (4)$$

dove t_{Ed} è il tempo scala che dipende solo da costanti universali e vale $t_{Ed} = 4,5 \times 10^8$ anni. Assumendo che i quasar emettano alla luminosità di Eddington abbiamo, in base all'eq. (2),

$$\dot{M}_{BH} = \frac{1 - \varepsilon}{\varepsilon} \frac{M}{t_{Ed}} \quad (5)$$

L'eq. (5) stabilisce che il tasso di accrescimento della massa M è proporzionale alla massa stessa. Questa particolarità ci dice che la crescita della massa centrale è di tipo esponenziale⁴ con base data dal numero (irrazionale) di Nepero $e = 2,718 \dots$. L'andamento temporale della massa del buco nero allora diventa [definendo, per maggiore leggibilità, $e^{\varepsilon} \equiv \exp(\varepsilon)$]

$$M_{BH}(t) = M_0 \exp\left(\frac{1 - \varepsilon}{\varepsilon} \frac{t}{t_{Ed}}\right). \quad (6)$$

Questa formula è molto istruttiva. Assumiamo $\varepsilon = 0,1$ e un intervallo di massa dei "semi" iniziali pari a $10 \leq M_0/M_{\odot} \leq 100$. Se il buco nero rimanesse attivo per tutta la vita dell'universo avremmo $M_{BH} \geq 4 \times 10^{13} M_{\odot}$, un valore decisamente eccessivo (superiore alla massa di una grande galassia come la nostra). Invece, il tempo necessario perché il buco nero raggiunga una massa di $10^9 M_{\odot}$ (un valore ritenuto tipico per i quasar) cade nell'intervallo $10^9 \geq t \geq 8 \times 10^8$ anni. Dunque i quasar fanno in tempo ad "accendersi" poco dopo il Big Bang e rimangono attivi solo per tempi dell'ordine del miliardo di anni (altrimenti i buchi neri sarebbero più massicci); probabilmente lo "smorzamento" è dovuto all'esaurimento del carburante, ossia del gas da cui si vanno formando le stelle delle giovani galassie.

L'eq. (6) (assieme ai dati sui buchi neri) chiarisce la precocità e la brevità dell'epoca dei quasar rispetto all'età dell'universo (FIG. 4).

⁴ Per coloro con qualche nozione di analisi matematica. Definiamo per comodità $\tau \equiv \varepsilon t_{Ed} / (1 - \varepsilon)$. Data la funzione $M(t) = M_0 e^{\frac{t}{\tau}}$, il suo tasso di variazione è dato da $\dot{M} \equiv dM/dt = M_0 e^{\frac{t}{\tau}} / \tau = M(t) / \tau$. Abbiamo così ottenuto l'eq. (4).

Annibale D'Ercole si è laureato in Fisica all'Università di Roma "La Sapienza". Astronomo associato presso l'INAF · Osservatorio di astrofisica e scienza dello spazio di Bologna (OAS), si occupa di simulazioni numeriche di idrodinamica, applicate alle nebulose e al gas interstellare delle galassie. È autore di numerosi articoli divulgativi pubblicati presso questa e altre riviste.