Spigolature astronomiche*

A cura di Annibale D'Ercole

INAF · Osservatorio di astrofisica e scienza dello spazio di Bologna (OAS)

Stelle oscure e buchi neri

Claudio Elidoro

Ai nostri giorni parlare di buchi neri non crea certamente scompiglio né suscita reazioni di incredulità o diffidenza. È pur vero che i concetti che sono alla base di questi esotici oggetti cosmici sono tutt'altro che banali e si è ancora piuttosto lontani dal poterne dare una descrizione completa, ma è ormai normale incontrarli anche nei testi divulgativi, persino in quelli più semplici.

Benché molti possano essere indotti a pensare che il concetto di buco nero sia direttamente riconducibile ad Albert Einstein e alla sua relatività generale, è possibile trovare i semi di questi strani oggetti astronomici già alla fine del XVIII secolo, in un'epoca in cui non erano ancora ben chiari i parametri fisici degli oggetti astronomici e neppure come il Sole e le stelle producessero la loro energia.

Il primo a ipotizzare l'esistenza di "stelle oscure" fu il reverendo John Michell (1724-1793), astronomo e matematico britannico, noto soprattutto per i suoi pionieristici studi sulla sismologia e per aver ideato la bilancia di torsione. Dopo la sua morte, l'amico Henry Cavendish perfezionò l'apparato e nel 1798 giunse a determinare per la prima volta il valore della costante di gravitazione universale.

In uno studio del 1783, presentato ufficialmente proprio da Cavendish nel corso di tre differenti sessioni della Royal Society a Londra, Michell valutava quale effetto potessero avere i corpi celesti e le forze gravitazionali da loro esercitate sulle particelle di luce. A quell'epoca, infatti, l'idea di fondo era che la luce fosse composta da corpuscoli. Prendendo spunto dal gran numero di sistemi stellari doppi e tripli scoperti in quegli anni da William Herschel (1738-1822), Michell suggerisce che la massa di una stella non solo fa sentire la sua influenza su eventuali stelle compagne, ma è potenzialmente in grado di estendere tale influenza anche alle particelle luminose. Questo comporta che, se una stella possedesse una massa sufficientemente elevata, riuscirebbe a impedire alle particelle luminose di abbandonare la sua superficie risultando di fatto "oscura".

Michell affronta il problema considerando la velocità posseduta da un corpo che, da distanza infinita, precipita sulla superficie del Sole. Dal confronto di tale velocità con quella della luce determina quali debbano essere le dimensioni minime che permetterebbero a una stella di densità identica a quella del Sole di rendere la velocità di caduta pari a quella della luce. In tale scenario, dato che i corpuscoli luminosi non potrebbero abbandonare la sua superficie, quell'oggetto rimarrebbe invisibile. Un concetto apparentemente molto vicino a ciò che noi oggi chiamiamo "buco nero". Queste le conclusioni che possiamo leggere nello studio del 1783:

> Se veramente esistessero in natura corpi la cui densità fosse non minore di quella del Sole e il cui diametro fosse più di cinquecento volte maggiore di quello del Sole, poiché la loro luce non potrebbe giungerci [...] non potremmo averne alcuna informazione visiva; tuttavia, se per caso altri corpi luminosi dovessero ruotare intorno ad essi, potremmo forse ancora dedurre dai moti di questi corpi orbitanti l'esistenza di quelli centrali.

Opportuno sottolineare che a quell'epoca ancora non ci si poneva il problema se la massa di una stella potesse avere una qualche limitazione; dunque, il risultato cui giunge Michell non sollevava nessun problema dal punto di vista astronomico. Oggi non è più così. Infatti, facendo due conti, possiamo vedere che si sta parlando di un astro che, dovendo avere dimensioni 500 volte quelle del Sole, avrà un volume circa $4 \times (500)^3$ volte quello solare. Ipotiz-

* Questa rubrica (oltre 80 puntate) si propone di presentare in modo sintetico e, per quanto possibile, autoconsistente argomenti che stanno alla base della conoscenza astronomica, spesso trascurati nella letteratura divulgativa, in quanto ritenuti di conoscenza generale oppure troppo difficili o troppo noiosi da presentare ad un pubblico non specialistico. Questi "fondamenti di astronomia", volutamente trattati in uno spazio limitato, possono essere letti a due livelli; eventuali approfondimenti per i lettori che desiderino ampliare la conoscenza dell'argomento vengono esposti in carattere corsivo e incorniciati. Si suggerisce questa rubrica, quindi, a studenti dei vari tipi e livelli di scuole. Le *Spigolature astronomiche* si possono trovare anche in rete, nel sito Web del «Giornale di Astronomia», http://giornaleastronomia.difa.unibo.it/giornale.html.

zando, come sostiene Michell, la stessa densità del Sole, ci troviamo dunque in presenza di una stella la cui massa ammonta a circa 5×10^8 masse solari. Stando alle conoscenze attuali, la stella più massiccia a noi nota è R136a1, un astro della Grande Nube di Magellano con massa pari a 315 volte la massa del Sole. Immediato comprendere come l'ipotesi di Michell ci porti a una situazione astronomicamente improponibile.

Incredibilmente interessante e attuale, invece, la seconda parte della conclusione di Michell. Fin troppo facile, infatti, leggervi la descrizione del metodo che hanno utilizzato i gruppi di ricerca di Andrea Ghez e Reinhard Genzel per giungere a determinare la massa di Sagittarius A*, il buco nero supermassiccio nel cuore della Via Lattea. Dall'inizio degli anni Novanta, i due gruppi hanno tracciato le orbite delle stelle nella regione centrale della Galassia ricostruendone le dinamiche e calcolando la massa dell'oggetto centrale, uno studio complesso e meticoloso che nel 2020 è valso ai due astronomi il Nobel per la Fisica.

Una dozzina d'anni dopo John Michell, in modo del tutto indipendente, giunge a conclusioni analoghe anche il matematico e astronomo francese Pierre-Simon Laplace (1749-1827). Nella seconda edizione del suo libro *Exposition du systême du monde*, data alle stampe nel 1798, esprime questa congettura:

> L'attrazione gravitazionale di una stella di diametro 250 volte quello del Sole e paragonabile in densità alla Terra sarebbe così grande che nessuna luce potrebbe sfuggire dalla sua superficie. I corpi più grandi dell'universo potrebbero così risultare invisibili a causa della loro grandezza.

Notiamo che i parametri di tale stella non sono poi così distanti da quelli dell'astro ipotizzato da Michell. Le dimensioni sarebbero la metà, dunque un volume 8 volte inferiore, ma la densità 4 volte maggiore ci porterebbe a un valore di massa dello stesso ordine di grandezza.

L'affermazione non era suffragata da nessuna dimostrazione matematica, ma tre anni più tardi, su esplicita richiesta dell'astronomo ungherese Franz Xaver von Zach, Laplace provvide a colmare tale lacuna con un apposito saggio pubblicato da von Zach su *Allgemeine Geographische Ephemeriden*, la rivista scientifica dell'Istituto Geografico di Weimar. Il ragionamento di Laplace è molto più analitico e dettagliato di quello che aveva guidato Michell, ma entrambi giungono più o meno a un'identica conclusione.

Il fisico statunitense Kip Thorne, Nobel per la Fisica nel 2017 per la scoperta delle onde gravitazionali e tra i massimi esperti di relatività generale, in un suo libro del 1996 sottolinea come, curiosamente, Laplace non abbia inserito la sua congettura nella prima edizione del suo libro e anche in edizioni successive. Il motivo, secondo Thorne, è che Laplace non credesse affatto alla possibilità che oggetti così straordinari potessero esistere.

Prima di vedere in dettaglio il significato delle conclusioni di Michell e Laplace e l'effettivo legame con quelli che oggi chiamiamo buchi neri, può essere interessante provare a ottenere un risultato analogo percorrendo una strada differente.

La nostra esperienza quotidiana ci insegna che, per quanto ci sforziamo, se lanciamo un sasso verso l'alto questo finisce col ricadere al suolo. Ci è infatti ben noto che, perché qualcosa possa abbandonare il nostro pianeta (e qualsiasi corpo celeste) dovrà possedere una velocità minima, non a caso chiamata velocità di fuga.

Visto che, per definizione, la velocità di fuga è la velocità che permette a un corpo di arrivare a una distanza infinita (dunque con energia potenziale nulla) con velocità zero (dunque con energia cinetica nulla), possiamo scrivere un'equazione in cui la somma delle due energie sia zero. Vale a dire:

$$\frac{1}{2}mv^2 - \frac{GMm}{R} = 0 \qquad (1)$$

*Nella (1) abbiamo indicato con **m** la massa dell'oggetto, con **v** la velocità di fuga, con **G** la costante di gravitazione universale, con **M** la massa del corpo celeste da cui cerchiamo di sfuggire e con **R** il suo raggio.*

Con semplici passaggi algebrici, da questa espressione possiamo ottenere:

$$v = \sqrt{\frac{2GM}{R}} \qquad (2)$$

La (2) non solo ci mostra che il calcolo è indipendente dal proiettile che vogliamo lanciare, ma anche che la velocità di fuga dipende direttamente dalla massa del corpo celeste e inversamente dalle sue dimensioni. Quando Michell e Laplace hanno calcolato le condizioni affinché la velocità di fuga fosse pari alla velocità della luce, visto che a quei tempi non vi era nessun limite fisico noto, hanno scelto di aumentare la massa del corpo celeste ottenendo stelle gigantesche. Oggi, come ci indicano i buchi neri, sappiamo che la scelta vincente è quella di diminuire le dimensioni.

*In quest'ottica, ha dunque senso chiedersi quale raggio debba possedere un corpo celeste di massa **M** affinché la sua velocità di fuga coincida con la velocità della luce. Per ottenere tale espressione è sufficiente inserire nella (2) la velocità della luce **c** e risolvere rispetto a **R**. Vale a dire:*

$$R_S = \frac{2GM}{c^2} \qquad (3)$$

Il raggio $\mathbf{R_S}$ che abbiamo ottenuto viene chiamato "raggio di Schwarzschild", in onore del matematico e fisico tedesco Karl Schwarzschild (1873-1916) che ottenne tale risultato nel 1916 risolvendo le equazioni della relatività generale.

Inserendo nella (3) la massa di un qualsiasi corpo celeste, possiamo dunque ottenere a quali dimensioni debba essere compressa quella massa perché la velocità di fuga risulti pari alla velocità della luce. Per la Terra ($M = 5{,}98 \times 10^{24}$ kg) otteniamo un valore di 0,88 mm, mentre nel caso del Sole ($M = 2 \times 10^{30}$ kg) il calcolo ci porta a un raggio di 2,96 km.

Nel 2019 sono stati resi pubblici i risultati della campagna osservativa dell'Event Horizon Telescope (EHT) e ci siamo deliziati con la prima storica immagine della regione che circonda un buco nero (Fig. 1; si veda a tal proposito la dettagliata analisi presentata nella Spigolatura pubblicata in GdA, n. 4; 2019). Nel mirino di EHT vi era il buco nero supermassiccio posto nel nucleo di NGC 4486 (nota anche come M87), una galassia ellittica gigante distante 53 milioni di anni luce in direzione della costellazione della Vergine.

Conoscendo la massa di quel buco nero ($M = 6{,}5 \times 10^9$ masse solari $= 1{,}28 \times 10^{40}$ kg), possiamo agevolmente calcolarne il raggio di Schwarzschild ottenendo un valore di $1{,}89 \times 10^{10}$ km, corrispondenti a $1{,}27 \times 10^2$ UA. Tenendo conto che la regione planetaria del Sistema solare si estende fino a 30,33 UA (afelio di Nettuno), possiamo avere un'idea meno vaga delle dimensioni del buco nero di M87.

Questa situazione davvero estrema, però, ci permette un'ulteriore considerazione. Potremmo infatti provare a valutare quale possa essere l'andamento della densità media (in senso classico) in simili oggetti. Poiché la densità è il rapporto tra la massa e il volume, tenendo conto della (3) otteniamo che:

$$\rho_S = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R_S^{\,3}} = \frac{3c^6}{32\pi G^3 M^2} \qquad (4)$$

L'espressione mostra in modo evidente come l'aumento della massa conduca a una diminuzione della densità media (chiamata densità di Schwarzschild). Se applichiamo la (4) al buco nero supermassiccio di M87, otteniamo un valore di 0,44 kg/m³, vale a dire circa tre volte la densità che possiamo incontrare all'interno di un palloncino riempito d'elio.

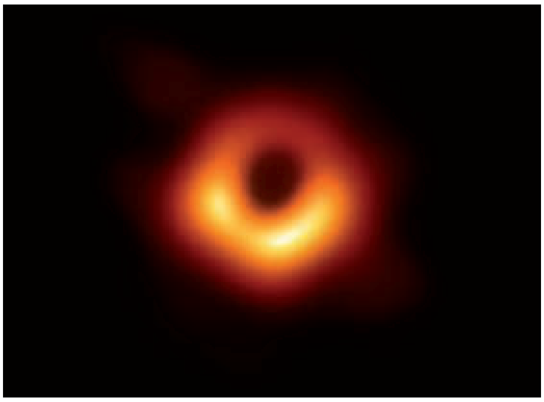

Fig. 1. La prima immagine "diretta" di un buco nero nella galassia ellittica supergigante M87, nella costellazione della Vergine. Nell'immagine (a falsi colori) ripresa alla lunghezza d'onda di 1,3 mm del telescopio EHT è visibile il disco di accrescimento che circonda la regione centrale nera detta "ombra del buco nero".

È fondamentale, però, sottolineare che la densità di cui si sta parlando è un parametro che abbiamo calcolato applicando una definizione classica a una situazione che non lo è affatto. Questo comporta che anche il valore ottenuto non possa essere interpretato secondo la visione classica.

Un ultimo indispensabile appunto al percorso che abbiamo fatto in questa spigolatura riguarda l'applicazione del concetto di velocità di fuga al caso di un buco nero. Come dimostra l'esempio del sasso, il fatto che un nostro lancio non riesca a imprimere al sasso la velocità di fuga non gli impedisce comunque di abbandonare per qualche istante la superficie. Nel caso di un buco nero non è così: nulla in nessun modo può abbandonare la sua superficie. Ciò che lo impedisce non è un valore insufficiente di velocità, ma il fatto che, secondo la descrizione della relatività generale, lo spazio viene talmente deformato dalla massa presente da richiudersi su se stesso. La luce non esce non perché troppo lenta, ma perché non esiste nessun percorso che la possa portare fuori. Detta in altro modo, il raggio di Schwarzschild definisce il confine (orizzonte degli eventi) superato il quale la curvatura dello spazio-tempo non permette a nulla – luce compresa – di poter tornare indietro.

Claudio Elidoro si è laureato in Astronomia presso l'Università di Bologna con una tesi riguardante i corpi minori del Sistema solare e si è diplomato al Master in Comunicazione Scientifica presso l'Università di Milano. È insegnante di matematica in una scuola professionale di Cremona e svolge attività di divulgazione astronomica scrivendo articoli per riviste del settore. Ha curato la prima parte della versione on line delle Spigolature Astronomiche. Nel dicembre 2006 il Minor Planet Center ha assegnato il suo nome all'asteroide (43956) Elidoro.