



# Spigolature astronomiche★

A cura di Annibale D'Ercole

INAF · Osservatorio Astronomico di Bologna

## La radiazione di Hawking

Annibale D'Ercole

INAF · Osservatorio Astronomico di Bologna

COM'È noto, una stella è sostanzialmente una sfera di gas in equilibrio tra la tendenza all'espansione dovuta all'energia nucleare rilasciata nel suo centro e la propensione a collassare a causa della propria forza di gravità. Il collasso è inevitabile al termine della vita della stella, quando le reazioni nucleari si esauriscono. Le stelle più massicce, soggette ad una gravità maggiore, si comprimono fino a formare oggetti talmente densi da formare un buco nero. Un buco nero è caratterizzato dal suo "raggio di Schwarzschild": un oggetto che si avvicini ad una distanza inferiore a tale raggio dovrebbe acquisire una velocità superiore a quella della luce per riuscire a svincolarsi dall'enorme forza di gravità del buco nero e ad allontanarsi nuovamente. Poiché le leggi della fisica vietano la possibilità per qualunque corpo di superare tale velocità, materia e radiazione in caduta verso un buco nero non possono essere "recuperati" una volta che abbiano superato la superficie di Schwarzschild (ossia la superficie sferica ideale centrata sul buco nero e individuata dal raggio di Schwarzschild). In effetti, questa conclusione è valida se ci limitiamo a rimanere nell'ambito della teoria della relatività generale. Ma nel 1974 Steven Hawking, in un famoso lavoro, ha dimostrato che i buchi neri mostrano proprietà alquanto diverse se si tiene conto della meccanica quantistica. In questo caso gli effetti quantistici possono portare all'emissione di radiazione e materia – la cosiddetta "radiazione di Hawking" – che riduce la massa del buco nero fino a farlo sparire.

\* Questa rubrica si propone di presentare in modo sintetico e, per quanto possibile, autoconsistente argomenti che stanno alla base della conoscenza astronomica, spesso trascurati nella letteratura divulgativa, in quanto ritenuti di conoscenza generale oppure troppo difficili o troppo noiosi da presentare ad un pubblico non specialistico. Questi "fondamenti di astronomia", volutamente trattati in uno spazio limitato, possono essere letti a due livelli; eventuali approfondimenti per i lettori che desiderino ampliare la conoscenza dell'argomento vengono esposti in carattere corsivo e incorniciati. Si suggerisce questa rubrica, quindi, a studenti dei vari tipi e livelli di scuole. Le *Spigolature astronomiche* si possono trovare anche in rete, nel sito Web del «Giornale di Astronomia», <http://giornaleastronomia.difa.unibo.it/indici.html>.

Tale radiazione è dovuta alla creazione spontanea di coppie di particelle che, in base alle leggi della meccanica quantistica, avviene continuamente ed ovunque nello spazio. In fisica classica lo spazio vuoto rappresenta una sorta di contenitore inerte in cui nulla può accadere. In meccanica quantistica, invece, il vuoto non è vuoto! Esso contiene un "ribollire" di particelle elementari – elettroni, antielettroni, fotoni ecc. – che vengono create dal nulla e rapidamente tornano al nulla, annichilendosi ognuna con la propria antiparticella. Per distinguerle dalle particelle reali, queste evanescenti particelle del vuoto quantistico sono dette *virtuali*.

La creazione di tali particelle avviene in deroga a una delle leggi fondamentali della fisica, ossia la conservazione dell'energia. Il Principio di indeterminazione di Heisenberg, in effetti, permette la creazione di due particelle di massa totale  $m$  in base all'apparizione spontanea di un'energia  $E$  che si concretizza nella formazione delle particelle tramite la nota equivalenza tra massa ed energia  $E = mc^2$  (dove  $c$  è la velocità della luce) formulata da Einstein. Ma questa violazione della legge di conservazione può durare solo un tempo molto breve ( $\sim 10^{-21}$  secondi!), al termine del quale le particelle virtuali devono annichilirsi per estinguere il debito energetico contratto.

È tuttavia possibile rendere reali le particelle virtuali impedendo che si annichilino. Si consideri un esperimento ideale in cui si applica una differenza di potenziale elettrico a due piastre di metallo poste parallelamente. Non appena una coppia elettrone-positrone si forma nello spazio compreso tra le due piastre, l'elettrone viene attratto verso la piastra carica positivamente, e il positrone verso quella carica negativamente. Se il reciproco allontanamento delle particelle avviene con sufficiente rapidità, l'elettrone ed il positrone non potranno annichilirsi e diventeranno reali. La comparsa definitiva di queste due particelle reali non contraddice la conservazione della massa (ed energia) in quanto essa è avvenuta a spese dell'energia del campo elettrico tra le due piastre.



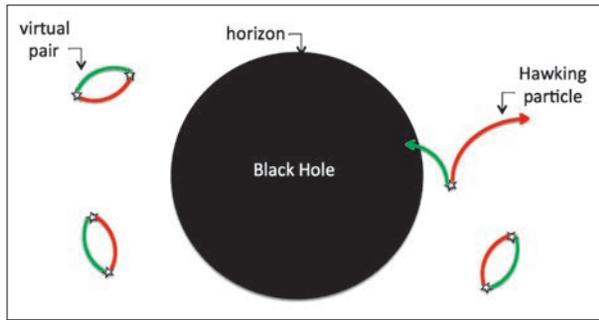


FIG. 1. Particelle virtuali si creano e si annichilano continuamente nei pressi della superficie di Schwarzschild (detta anche "orizzonte degli eventi"). Può capitare che una particella della coppia scompaia al di là di tale superficie mentre l'altra rimanga "al di qua", diventando così una particella reale.

Hawking ha mostrato che la trasformazione da particelle virtuali a particelle reali può avvenire naturalmente nei pressi della superficie di Schwarzschild. Può capitare, infatti, che una delle due particelle virtuali attraversi tale superficie prima che avvenga l'annichilazione, e "si perda" definitivamente all'interno del buco nero. La particella rimanente diventa allora una particella reale che può allontanarsi dal buco nero. (FIG. 1)

Analogamente a quanto accade nell'esempio delle lastre cariche elettricamente, la trasformazione di particelle da virtuali a reali avviene a spese dell'energia gravitazionale del buco nero. Tale energia è compensata solo in parte dal "recupero" della massa/energia della particella che attraversa la superficie di Schwarzschild; il saldo netto porta a una diminuzione dell'energia del buco nero che corrisponde, per la solita equivalenza tra massa ed energia, a una diminuzione della sua massa.

Da quanto appena detto, risulta che il buco nero "evapora". Pertanto, un buco nero isolato, privo cioè di materiale circostante che possa precipitare al suo interno, è destinato a ridurre progressivamente la sua massa fino a scomparire. In genere, tuttavia, questo è un processo assai lento. Si calcola che il tempo di evaporazione per un buco nero con una massa come quella del Sole ( $2 \times 10^{33}$  g) è pari a circa  $10^{58}$  miliardi di anni, dunque molto maggiore dell'età dell'universo che è di soli (sic!) 13,7 miliardi di anni. Hawking ha anche dimostrato che l'intensità dell'evaporazione è tanto maggiore quanto minore è la massa del buco nero. Esso pertanto si riduce alquanto lentamente all'inizio e poi sempre più rapidamente, man mano che la sua massa diminuisce. Infine, si ritiene che il buco nero esploda in un lampo di radiazione altamente energetica (si veda il livello avanzato).

Ai giorni nostri si potrebbero dissolvere buchi neri caratterizzati da un tempo di evaporazione pari all'attuale età dell'universo, ossia con una massa iniziale di circa  $10^{15}$  g (circa la massa di una montagna), il cui raggio di Schwarzschild è dell'ordine di  $10^{-13}$  cm, il raggio di un protone o di un neutrone! A causa della loro piccolissima massa questi ipotetici mini buchi neri non possono essersi formati per collasso

gravitazionale come i loro "colleggi" di maggior stazza, ma si devono essere creati nelle fasi iniziali dell'universo, quando le enormi pressioni presenti avrebbero potuto comprimere parte della materia, fino a farle raggiungere le elevatissime densità necessarie per ottenere oggetti straordinariamente compatti. Ad oggi, tuttavia, non vi è alcun riscontro osservativo per questi ipotetici mini buchi neri.

Prima di terminare questo breve cenno sulla radiazione di Hawking, è opportuno menzionare il cosiddetto "paradosso dell'informazione del buco nero". Le teorie fisiche predicono che qualunque tipo di processo mantenga memoria della sua origine, possa cioè essere tracciato all'indietro. D'altra parte, un buco nero è caratterizzato unicamente dalla sua massa;<sup>1</sup> questo significa che non ha alcuna importanza se esso si sia formato dall'accumulo di marzapane o patate oppure "risucchiando" corpi celesti nelle sue vicinanze. Un osservatore potrà risalire solo alla massa totale accresciuta, ma non alle sue caratteristiche chimiche o fisiche e neanche alle modalità esatte con cui tale accrescimento è avvenuto. Tutto questo, tuttavia, non rappresenta ancora una violazione della conservazione dell'informazione la quale, benché preclusa all'osservatore, non è andata distrutta ma è presente all'interno del buco nero. Il problema si pone quando, come ha fatto Hawking, si tiene conto anche degli effetti quantistici che, come abbiamo visto, inducono i buchi neri a dissolversi radiativamente; questo porta alla distruzione dell'informazione in essi contenuta.

Si potrebbe obiettare che l'informazione è rimasta "catturata" all'interno della radiazione di Hawking e che, studiando le caratteristiche di quest'ultima (ad esempio, come la sua energia viene distribuita tra le varie lunghezze d'onda) è ancora possibile risalire all'informazione custodita dal buco nero. In effetti, se bruciassimo queste pagine che state leggendo, potremmo ancora, in linea di principio, risalire a ciò che c'è scritto studiando le interazioni molecolari che hanno trasformato le pagine in cenere. Ma la radiazione del buco nero non si comporta come il fumo in questo esempio; Hawking ha mostrato che le sue caratteristiche dipendono solo dalla massa (si veda il livello avanzato), indipendentemente, quindi, dalle modalità con cui questa massa si è aggregata. Insomma, sembra proprio che l'informazione sia destinata ad andare persa, in contrasto con il principio di conservazione. Sin dal 1971, quando Hawking mise in luce questo paradosso, i maggiori esperti del settore si sono misurati con questo problema. Molte ipotesi sono state avanzate, e lo stesso Hawking ha recentemente modificato la sua teoria per trovare un rimedio, ma una soluzione finale che metta d'accordo tutti gli scienziati ancora manca.

<sup>1</sup> In verità, un buco nero è contraddistinto da altre due quantità: il momento angolare (legato alla sua eventuale velocità di rotazione) e una sua possibile (ma improbabile) carica elettrica. Per i nostri scopi, tuttavia, possiamo trascurare questi ulteriori due parametri.

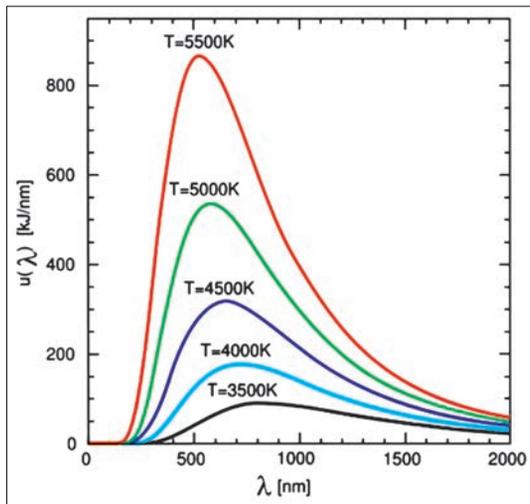


FIG. 2. Intensità luminosa in funzione della temperatura del corpo nero. Essa diminuisce al diminuire della temperatura secondo la legge di Stefan-Boltzmann. Inoltre, il "picco" si abbassa e si sposta a lunghezze d'onda maggiori, come previsto dalla legge di Wien.

Per comprendere appieno la radiazione di Hawking è necessario ricorrere sia alla teoria della relatività generale, sia alla meccanica quantistica. Tutto questo va ben oltre lo scopo di queste pagine. È tuttavia possibile ottenere un qualche sentore del meccanismo di evaporazione dei buchi neri ricorrendo ad alcuni concetti di fisica di base utilizzati anche solo in modo semplificato.

A tal fine, prima di affrontare l'argomento centrale, elenchiamo alcune nozioni utili al nostro scopo.

#### Radiazione da una particella carica in moto circolare

Com'è noto, una particella carica dotata di moto accelerato emette radiazione. Consideriamo ad esempio un elettrone che si muova con velocità uniforme  $v$  lungo una traiettoria circolare di raggio  $R$  (come ad esempio attorno alle linee di un campo magnetico); il periodo  $T$  del moto è  $T = 2\pi R/v$ , e la frequenza  $\nu = 1/T = v/(2\pi R)$ . Le onde emesse hanno per la gran parte questa stessa frequenza, ossia una lunghezza d'onda pari a:

$$\lambda = \frac{c}{\nu} \sim 2\pi R \frac{c}{v} \quad (1)$$

#### Radiazione di corpo nero

Per "corpo nero" in fisica si intende un oggetto ideale in grado di assorbire interamente la radiazione di qualunque frequenza che lo colpisce, da cui l'aggettivo "nero".<sup>2</sup> Un corpo nero a temperatura  $T$  emette radiazione a tutte le frequenze secondo uno

<sup>2</sup> In natura niente assorbe totalmente (la migliore approssimazione è il carbonio in forma di grafite che riflette solo il 3%), ma il concetto di un tale perfetto assorbitore di energia è molto utile nello studio del comportamento della radiazione.

spettro ben definito, indipendentemente dalle proprie caratteristiche fisiche o chimiche. (FIG. 2) In base alla legge di Wien possiamo tuttavia dire, con un certo grado di approssimazione, che la maggior parte della radiazione viene emessa ad una lunghezza d'onda

$$\lambda_{\max} = \frac{hc}{4,965\kappa T} = \frac{0,29}{T} \text{ cm} \quad (2)$$

qui  $\kappa = 1,38 \times 10^{-16} \text{ erg K}^{-1}$  è la costante di Boltzmann, e la temperatura va misurata in gradi Kelvin. Inoltre, la legge di Stefan-Boltzmann stabilisce che l'energia  $B$  irraggiata nell'unità di tempo da un'unità di superficie di un corpo nero è pari a

$$B = \frac{\pi^2 \kappa^4}{60\hbar^3 c^2} T^4 = 5,67 \times 10^{-5} T^4 \quad (3)$$

dove  $\hbar = h/2\pi$  e  $h = 6,63 \times 10^{-27} \text{ erg}\cdot\text{s}$  è la costante di Planck.

#### Raggio di Schwarzschild

Per scagliare a distanza infinita un oggetto di massa  $m$  posto alla superficie di un corpo celeste di massa  $M$  e raggio  $R$  è necessario fornirgli un'energia cinetica  $K = 0,5mv^2$  almeno pari all'energia gravitazionale  $U = GMm/R$  ( $G$  è la costante gravitazionale) che lo lega al corpo. Dall'uguaglianza  $K = U$  otteniamo la velocità di fuga  $v_f = (2GM/R)^{0,5}$  che rappresenta la minima velocità necessaria all'oggetto per allontanarsi indefinitamente. Risulta chiaro che corpi particolarmente compatti possono avere una velocità di fuga pari o superiore alla velocità della luce  $c = 300.000 \text{ km/s}$ . Dal momento che nulla può superare tale velocità, questi corpi vengono detti "buchi neri" in quanto neanche la luce riesce a sfuggire dalla loro gravità. Dalla precedente formula per la velocità di fuga possiamo ottenere il "raggio di Schwarzschild", ovvero la distanza dal corpo celeste a cui  $v_f = c$ :

$$R_s = \frac{2GM_{\text{BH}}}{c^2}, \quad (4)$$

dove  $M_{\text{BH}}$  indica la massa del buco nero. Un buco nero ha dimensioni minori del proprio raggio di Schwarzschild e qualunque oggetto si avvicini a distanze inferiori a tale raggio viene "fagocitato" irreversibilmente. A titolo di esempio, per diventare un buco nero la Terra dovrebbe essere compressa fino ad avere un raggio inferiore a  $R_s = 0,89 \text{ cm}$ .

#### Principio di Indeterminazione

Si supponga che, a seguito di una fluttuazione quantistica del vuoto, si formi temporaneamente una coppia di particelle  $e^-e^+$  (elettrone e positrone), ciascuna di massa  $m_e = 9,11 \times 10^{-28} \text{ g}$ . Se la coppia ha un'energia totale pari ad  $E = 2m_e c^2 = 1,64 \times 10^{-6}$

erg, in base al Principio di indeterminazione essa può sopravvivere per un tempo  $\Delta t \sim \hbar/E \sim 10^{-21}$  s, prima che le particelle spariscano annichilandosi. Durante tale tempo le due particelle possono allontanarsi al massimo fino ad una distanza  $\Delta r \sim c\Delta t \sim 3 \times 10^{-11}$  cm.

Ora che abbiamo in mano i “ferri del mestiere”, siamo in grado di capire, sia pure a grandi linee, cosa succede nei pressi della superficie di Schwarzschild. Come abbiamo visto, nel vuoto quantistico le coppie di particelle virtuali si formano e si annichilano rapidamente. A volte, tuttavia, può capitare che una delle due particelle della coppia attraversi la superficie di Schwarzschild, mentre l'altra rimane all'esterno su un'orbita approssimativamente circolare ad una distanza dell'ordine di  $R_s$  e con una velocità non molto inferiore a  $c$ . Dall'equazione (1), ponendo  $v \sim c$  e  $R \sim R_s$ , otteniamo allora la lunghezza d'onda caratteristica della radiazione emessa dalla particella:  $\lambda \sim 2\pi R_s = 4\pi GM_{BH}/c^2$ .

Hawking ha dimostrato che la radiazione del buco nero ha le caratteristiche di un corpo nero; pertanto, utilizzando nell'equazione (2) la lunghezza d'onda caratteristica appena trovata, possiamo attribuire al buco nero una temperatura caratteristica che, a parte un fattore numerico dell'ordine dell'unità, è proprio quella trovata da Hawking, ossia

$$T_{BH} = \frac{\hbar c^3}{8\pi\kappa GM_{BH}}$$

Questo ci permette di calcolare la luminosità totale del buco nero moltiplicando la luminosità per unità di superficie data dall'equazione (3) per la superficie di Schwarzschild:

$$L_{BH} = 4\pi R_s^2 B = \frac{\hbar c^6}{15360\pi G^2 M_{BH}^2}$$

Come si vede, l'intensità della radiazione di Hawking per un buco nero della massa del Sole ( $M_\odot = 2 \times 10^{33}$  g) è un insignificante  $L_{BH} \sim 9 \times 10^{-29}$  watt; tuttavia, essa cresce rapidamente al diminuire della massa del buco nero man mano che questi “si consuma”. Si ritiene che, negli ultimi istanti di vita, quando la massa è ormai piccolissima, il buco nero si dissolva esplodendo con un intensissimo lampo di radiazione gamma.

Tenuto conto che l'energia a disposizione del buco nero è dell'ordine di  $M_{BH}c^2$ , il tempo necessario affinché il buco nero evapori completamente è dell'ordine di

$$t_{BH} \sim \frac{M_{BH}c^2}{L_{BH}} = \frac{15360\pi G^2}{\hbar c^4} \left(\frac{M_{BH}}{M_\odot}\right)^3 = 6,62 \times 10^{67} \left(\frac{M_{BH}}{M_\odot}\right)^3 \text{ anni,}$$

con la massa del buco nero misurata in masse solari  $M_\odot$ . Dunque, per buchi neri di tipo stellare il tempo di evaporazione è decisamente più lungo dell'età dell'universo, pari a 13,7 miliardi di anni. Ma è possibile che durante il Big Bang, a causa delle enormi pressioni presenti, si siano formati buchi neri con masse molto piccole. Buchi neri con masse  $\ll 10^{14}$  g dovrebbero aver irraggiato la loro massa molto tempo fa. Buchi neri con masse iniziali dell'ordine di  $10^{14}$  g hanno tempi di evaporazione dell'ordine dell'età dell'universo e starebbero quindi attraversando ora la loro fase esplosiva. Quando si sono osservate le prime sorgenti gamma – i cosiddetti “lampi gamma” –, si è ipotizzato, tra l'altro, che stessimo rilevando buchi neri primordiali. Oggi sappiamo, però, che queste sorgenti non mostrano alcun incremento nell'intensità della loro emissione al termine del lampo. Questo ci dice che queste sorgenti non rappresentano buchi neri primordiali. Eventuali buchi neri con una massa attorno a  $10^{15}$  g – un'infima frazione della massa terrestre – emetterebbero ancora così poco da non poter essere rilevabili.

**Annibale D'Ercole** si è laureato in Fisica all'Università di Roma “La Sapienza”. Astronomo associato presso l'INAF, Osservatorio Astronomico di Bologna, si occupa di simulazioni numeriche di idrodinamica, applicate alle nebulose e al gas interstellare delle galassie. È autore di numerosi articoli divulgativi pubblicati presso questa e altre riviste.