

Sulla massa delle galassie

Annibale D'Ercole

COME sappiamo, l'universo che ci circonda è composto da strutture di diversa scala, come, ad esempio, ammassi globulari ($\sim 10^5 M_{\odot}$), galassie ($\sim 10^{11} M_{\odot}$), ammassi di galassie ($\sim 10^{15} M_{\odot}$). È interessante capire quali processi fisici determinino questi diversi livelli di aggregazione e fino a che punto essi possano essere spiegati tramite principi primi. In questa nota, in particolare, cercheremo di capire perché la massa delle galassie più grandi è dell'ordine di $10^{11} M_{\odot}$ e non esistono, ad esempio, galassie cento volte più massicce.

Com'è noto, si ritiene che l'universo si sia originato da una grande esplosione iniziale, detta Big Bang. A seguito di questa esplosione l'universo consisteva inizialmente di un gas caldo e omogeneo in rapida espansione e composto essenzialmente da idrogeno ($\sim 75\%$) ed elio (25%). Un universo totalmente uniforme, tuttavia, non avrebbe condotto a nessuna delle strutture che noi oggi osserviamo. Se però si ammette l'iniziale presenza di lievi disomogeneità nel gas, allora la perfetta simmetria viene meno e il gas è attratto localmente verso l'"increspatura" più vicina, aumentandone la massa e favorendone così un'ulteriore crescita. Una volta che la disomogeneità è sufficientemente cresciuta, la sua autogravità predomina e la struttura si "stacca" dal resto del gas circostante in espansione, formando una sorta di nube di gas che tende a comprimersi sotto l'azione della sua stessa gravità. A seguito di questa compressione, tuttavia, il gas si scalda aumentando la propria pressione e contrastando, in ultima analisi, un'ulteriore contrazione della nube. Si instaura pertanto una condizione di equilibrio

per cui l'energia gravitazionale che tende a comprimere la nube è controbilanciata dall'energia termica che invece tende ad espanderla. Tuttavia, è possibile che questo equilibrio venga spezzato a causa delle perdite radiative. Il gas caldo emette, infatti, radiazione a spese della propria energia termica; se questo raffreddamento è sufficientemente rapido, l'energia termica rimanente non è più in grado di sostenere la nube che collassa sotto il suo stesso peso e "condensa" dando luogo a una galassia. Cerchiamo ora di capire quali sono le condizioni perché questo possa avvenire.

Un gas emette radiazione principalmente attraverso due processi. Il primo consiste nella radiazione emessa dalla ricombinazione di elettroni liberi con gli ioni o nel decadimento degli elettroni dai livelli atomici più energetici verso quelli meno energetici. Il secondo processo è detto *bremsstrahlung*, che vuol dire "frenamento" in tedesco. In un gas totalmente ionizzato gli elettroni non sono legati ai nuclei, ma sono liberi di muoversi in ogni direzione. Quando un elettrone si avvicina "troppo" ad un nucleo atomico, risente della forza elettrica attrattiva di quest'ultimo e deflette dalla propria traiettoria, subendo quindi un'accelerazione. Contrariamente a una carica in quiete o in moto uniforme, una carica accelerata

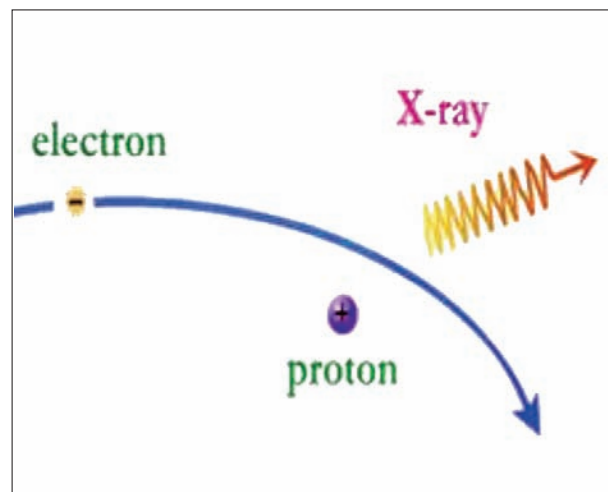


FIG. 1. Rappresentazione schematica di emissione di *bremsstrahlung* da parte di un elettrone.

* Questa rubrica si propone di presentare in modo sintetico e, per quanto possibile, autoconsistente argomenti che stanno alla base della conoscenza astronomica, spesso trascurati nella letteratura divulgativa, in quanto ritenuti di conoscenza generale oppure troppo difficili o troppo noiosi da presentare ad un pubblico non specialistico. Questi "fondamenti di astronomia", volutamente trattati in uno spazio limitato, possono essere letti a due livelli; eventuali approfondimenti per i lettori che desiderino ampliare la conoscenza dell'argomento vengono esposti in carattere corsivo e incorniciati. Si suggerisce questa rubrica, quindi, a studenti dei vari tipi e livelli di scuole. Le *Spigolature astronomiche* si possono trovare anche in rete, nel sito Web del «Giornale di Astronomia», www.bo.astro.it/sait/giornale.html.

emette onde elettromagnetiche come conseguenza dello “scuotimento” subito dal proprio campo elettrico. Pertanto, a seguito dell’interazione con un nucleo atomico, l’elettrone irraggia energia a spese della propria energia cinetica, rallentando: da qui il nome dato a questo processo radiativo.

La compressione dovuta all’autogravità di nubi con masse galattiche porta il gas a temperature dell’ordine del milione di gradi, assai superiori a quelle necessarie per ionizzare l’idrogeno. Pertanto la nostra nube è ionizzata ed emette radiazione tramite *bremsstrahlung*. Si può allora dimostrare che nubi con massa inferiore ad una certa massa critica $M_{cr} \sim 10^{11} M_{\odot}$ sono effettivamente in grado di collassare e formare galassie (si veda il livello avanzato), mentre nubi di massa superiore sono alquanto inefficienti nello smaltimento radiativo della loro energia termica. Questo spiega perché non si osservano galassie più massicce di M_{cr} . È interessante sottolineare che il valore di M_{cr} deriva unicamente dalle costanti universali della fisica. Questo significa che, se queste considerazioni sono corrette, la massa critica caratterizzante le galassie non dipende dalle condizioni in cui si trovava l’universo al tempo della formazione delle galassie né dalle caratteristiche delle disomogeneità iniziali, ma unicamente dalle leggi fondamentali della fisica. Concludiamo sottolineando che, nonostante le argomentazioni esposte (e altre che tratteremo in un prossimo numero) aiutino a comprendere la configurazione dell’universo, manca ancora una spiegazione organica che illustri perché, invece di aggregarsi in oggetti con una distribuzione continua di masse, la materia “preferisca” disporsi in strutture con masse caratteristiche ben distinte, come abbiamo esposto all’inizio.

Consideriamo una nube autogravitante¹ in equilibrio, in cui, cioè, la propria forza di gravità sia bilanciata dalla pressione dovuta all’energia termica del gas. Questa energia termica è data dall’energia cinetica delle particelle che compongono il gas: maggiore è l’energia cinetica, maggiore è la temperatura. Dalla meccanica statistica sappiamo che l’energia media di una singola particella può essere espressa come κT , dove κ è la costante di Boltzmann e T è la temperatura della nube. D’altra parte, l’energia potenziale di questa stessa particella, ad esempio un protone, si può scrivere come GMm_p/R , dove G è la costante di gravitazione, m_p la massa del protone, M la massa della nube (assunta sferica) ed R il suo raggio. In una nube in equilibrio si ha pertanto:²

¹ Per semplicità trascuriamo la presenza di un alone di materia oscura.

² Qui siamo interessati solo a considerazioni di ordine di grandezza e a mettere in luce gli aspetti fisici dei meccanismi esposti, piuttosto che le procedure matematiche necessarie per descriverli (peraltro troppo complesse in questo ambito). Per questo motivo le costanti numeriche dell’ordine dell’unità vengono trascurate.

$$\kappa T \sim G \frac{Mm_p}{R}. \quad (1)$$

Date le masse caratteristiche delle nubi protogalattiche, l’energia di ogni singola particella è assai superiore all’energia necessaria per ionizzare l’idrogeno collisionalmente:

$$\kappa T > \frac{m_e q^4}{2h^2}, \quad (2)$$

Il termine a destra della disuguaglianza rappresenta il potenziale di ionizzazione dell’idrogeno, ed è espresso in termini della massa m_e e della carica q dell’elettrone, e della costante di Planck h . In base a quanto appena detto possiamo dunque considerare la nube (che per semplicità assumiamo composta solamente da idrogeno) completamente ionizzata.

Come abbiamo detto nel livello base, una nube autogravitante tende a porsi in equilibrio. Tuttavia è possibile che questo equilibrio venga spezzato a causa delle perdite radiative. Perché questo possa avvenire, è necessario che $t_r \leq t_c$, ovvero che il tempo di raffreddamento sia inferiore al tempo di collasso, cioè al tempo impiegato dalla nube ad addensarsi al centro; in questo caso, infatti, il calore prodotto dalla compressione viene irraggiato rapidamente, invece di essere “incamerato” dal gas, e la compressione può procedere ulteriormente.

Per capire, dunque, sotto quali condizioni sia possibile la formazione di una galassia, è necessario calcolare esplicitamente i tempi t_c e t_r .

Calcolo di t_r . La quantità di energia L emessa nell’unità di tempo da un elettrone sottoposto ad un’accelerazione a è data dalla formula di Larmor

$$L > \frac{2q^2}{3c^3} a^2,$$

dove q è la carica dell’elettrone e c è la velocità della luce.

Dal momento che, come abbiamo visto, il gas è ionizzato, gli elettroni si muovono liberamente tra i protoni. Consideriamo allora un elettrone dotato velocità v che giunge in prossimità di un protone. Arrivato a una distanza b da quest’ultimo, l’elettrone risente della forza attrattiva di Coulomb che si esercita tra le due particelle, la cui intensità è dell’ordine di $m_e a \sim (q^2/b^2)$, e subisce dunque un’accelerazione $a \sim (q^2/m_e b^2)$. La formula di Larmor diventa quindi $L \sim (q^6/m_e^2 c^3)(1/b^4)$. Per ottenere L_v , l’energia totale irraggiata per unità di volume, è necessario tenere conto della densità di elettroni n_e e di protoni n_p , e dei contributi che provengono dalle diverse distanze b . Il calcolo esatto è troppo complesso per poter essere riportato in queste note; un calcolo approssimato, benché più abbordabile, ci porterebbe lontano dall’argomento di queste “spi-

golature". Ci limitiamo pertanto a riportare l'espressione per L_t senza ulteriori commenti:

$$L_t \sim \left(\frac{q^6}{m_e^2 c^3} \right) \left(\frac{m_e k T}{h^2} \right)^{1/2} n_i n_e.$$

L'irraggiamento appena descritto, dovuto a un gas caldo ionizzato, è detto "radiazione di bremsstrahlung".

Il tempo di raffreddamento è definito come il tempo necessario per irraggiare tutta l'energia termica. Avendo assunto un gas di puro idrogeno, possiamo scrivere $n_i = n_e = n$; l'energia termica per unità di volume è allora pari a $n k T$ e il tempo di raffreddamento è dato da

$$t_r \sim \frac{n k T}{L_t} \sim \frac{h k^{1/2} m_e^{3/2} c^3 T^{1/2}}{q^6 n}.$$

Calcolo di t_c – Consideriamo una nube "fredda", ovvero la cui energia termica sia trascurabile rispetto a quella gravitazionale. In questo caso la nube tenderà a contrarsi sotto il suo stesso peso senza che la pressione del gas possa esercitare alcun contrasto. Si dice allora che la nube "collassa", e gli strati più esterni precipitano verso il centro in caduta libera. Com'è noto, nella vita quotidiana un oggetto lasciato cadere liberamente è soggetto ad un'accelerazione costante g e percorre, in un tempo t , una distanza $r = 0.5 g t^2$. Ribaltando questa formula, possiamo dire che il tempo impiegato da un oggetto per cadere in terra da un'altezza r è pari a $t = (2r/g)^{1/2}$. Tornando alla nostra nube, un elemento di gas posto alla sua superficie è sottoposto

ad una accelerazione $a = GM/R^2$; questa accelerazione non è costante perché R diminuisce man mano che il collasso procede. Tuttavia, noi siamo interessati solo a valutazioni di ordini di grandezza e dunque applichiamo ugualmente la formula per il tempo di caduta ricavata più sopra. Otteniamo pertanto per il tempo di collasso la seguente espressione:

$$t_c \sim \left(\frac{R}{a} \right)^{1/2} \sim \left(\frac{R^3}{GM} \right)^{1/2}.$$

Dalla condizione $t_r < t_c$ ricaviamo

$$R < R_{cr} \equiv \frac{q^6}{G m_e^{3/2} m_p^{3/2} h c^3} \approx 74 \text{ kpc}.$$

Se ora consideriamo una nube con raggio pari a R_{cr} e teniamo conto delle equazioni (1) e (2), otteniamo finalmente la seguente condizione:

$$M > M_{cr} \equiv \frac{q^{10}}{G^2 m_p^{5/2} m_e^{1/2} h^3 c^3} \approx 10^{11} M_\odot.$$

Questo risultato indica che una nube con massa $\sim 10^{11} M_\odot$ e raggio $\sim 70 \text{ kpc}$ può raffreddare rapidamente e formare strutture legate gravitazionalmente. Durante questa fase la nube si contrae fino a un raggio dell'ordine di 10-20 kpc, tipico delle galassie più grandi. Quello appena descritto rappresenta dunque un possibile scenario per la formazione delle galassie, dal momento che molte galassie hanno una massa dell'ordine di M_{cr} . Si noti che M_{cr} e R_{cr} derivano unicamente dalle costanti fondamentali della fisica.