

Spigolature astronomiche★

A cura di Annibale D'Ercole

INAF · Osservatorio di astrofisica e scienza dello spazio di Bologna (OAS)

Il problema dei tre corpi e i punti di Lagrange

Annibale D'Ercole

COME mai Giove, lungo la sua orbita, è preceduto e seguito a pari distanza da due cospicui gruppi di asteroidi che si muovono alla sua stessa velocità? (FIG. 1) E perché numerosi satelliti artificiali vengono posti alla considerevole distanza di 1,5 milioni di chilometri dalla Terra? Queste due domande, apparentemente scollegate tra loro, hanno invece una comune risposta nel *problema dei tre corpi*.

Prima di approfondire questo problema partiamo dal più semplice problema dei due corpi di massa M_1 e M_2 . Tali corpi, posti ad una certa distanza ed inizialmente in quiete, si avvicinano per via della reciproca attrazione gravitazionale e sono destinati ad uno scontro "frontale". Se invece i due corpi sono dotati inizialmente di velocità arbitrarie, essi si muoveranno attorno al comune baricentro o centro di massa (d'ora in poi adotteremo l'acronimo CM per indicare questo punto) ognuno seguendo una sua orbita ellittica;¹ le due ellissi sono complanari ed ognuna ha il CM in uno dei due fuochi. Nel seguito, tuttavia, assumeremo per semplicità orbite circolari.² (FIG. 2a)

Da un qualunque manuale di fisica delle superiori impariamo che per la posizione del CM rispetto ai due corpi vale la relazione (FIG. 2b)

* Questa rubrica – iniziata nel 1999 e che ha superato i novanta numeri – si propone di presentare in modo sintetico e, per quanto possibile, autoconsistente argomenti che stanno alla base della conoscenza astronomica, spesso trascurati nella letteratura divulgativa, in quanto ritenuti di conoscenza generale oppure troppo difficili o troppo noiosi da presentare a un pubblico non specialistico. Questi "fondamenti di astronomia", volutamente trattati in uno spazio limitato, possono essere letti a due livelli; eventuali approfondimenti per i lettori che desiderino ampliare la conoscenza dell'argomento vengono esposti in carattere corsivo e incorniciati. Si suggerisce questa rubrica, quindi, a studenti dei vari tipi e livelli di scuole. Le *Spigolature astronomiche* si possono trovare anche in rete, nel sito Web del «Giornale di Astronomia», <http://giornaleastronomia.difa.unibo.it/giornale.html>.

¹ Le velocità non devono essere troppo elevate da permettere ai due corpi di "svincolarsi" dal mutuo legame gravitazionale allontanandosi indefinitamente l'uno dall'altro. E non devono essere neanche così basse da far prevalere la gravità facendo spiraleggiare i due corpi verso il CM.

² Il cerchio è un caso particolare di ellisse priva di "schiacciamento". Nel Sistema solare le orbite dei pianeti sono quasi circolari.

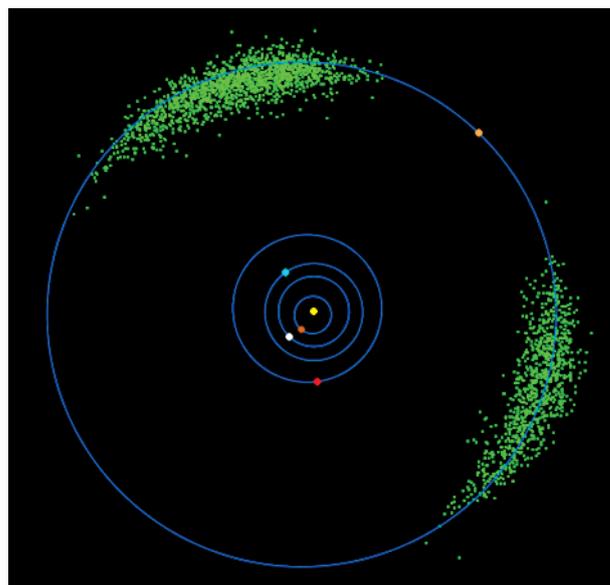


FIG. 1. Due gruppi di asteroidi (puntini verdi), uno che precede e l'altro che segue Giove (punto arancione) lungo la sua stessa orbita muovendosi alla sua stessa velocità. I due gruppi mantengono pertanto invariata nel tempo la loro distanza dal pianeta.

$$r_1/r_2 = M_2/M_1. \quad (1)$$

Supponiamo che $M_1 = 2 \times 10^{30}$ kg rappresenti il Sole e $M_2 = 6 \times 10^{24}$ kg la Terra: otteniamo $M_2/M_1 = 3 \times 10^{-6}$. Pertanto r_1 è trascurabile rispetto a r_2 e il CM si trova praticamente al centro del Sole mentre $r_2 = 1,5 \times 10^8$ km corrisponde alla distanza Sole-Terra; questo ci restituisce l'abituale immagine di una Terra orbitante attorno ad un Sole immobile.

Immaginiamo ora un osservatore "seduto" sulla linea immaginaria che congiunge i due oggetti. Questo equivale a dire che l'osservatore si trova in un sistema di riferimento centrato sul CM e detto *corotante* perché ruota attorno al baricentro con la stessa *velocità angolare*³ ω con cui ruota la linea im-

³ Immaginiamo un corpo dotato di velocità circolare uniforme v la cui orbita ha raggio r e che copra, in un intervallo temporale Δt , un arco $\Delta s = r\Delta\theta$ di tale orbita (dove $\Delta\theta$ rappresenta l'angolo che sottende Δs). Abbiamo allora $v = \Delta s/\Delta t = \Delta\theta r/\Delta t \equiv \omega r$ (FIG. 2). L'ultimo passaggio è stato ottenuto definendo la velocità angolare $\omega \equiv \Delta\theta/\Delta t$.

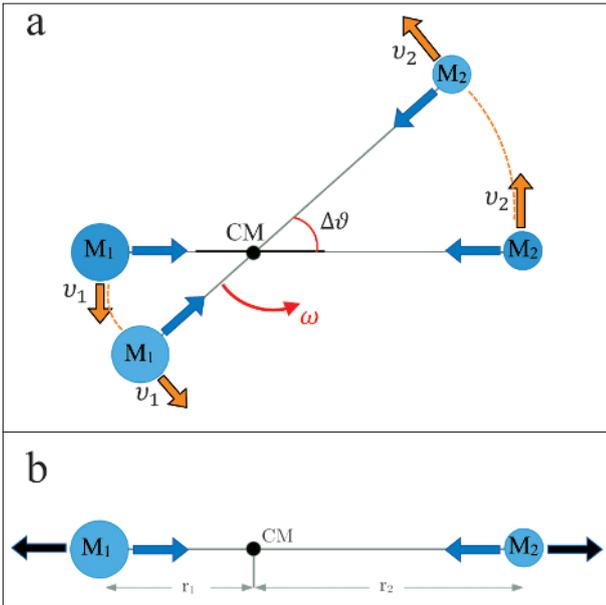


FIG. 2. a) Due “istantanee” separate da un intervallo temporale Δt del sistema dei due corpi M_1 e M_2 in rotazione antioraria attorno al baricentro CM con velocità angolare ω (si veda il testo, la nota 3). Le frecce blu rappresentano la forza gravitazionale a cui sono sottoposti i due corpi, mentre le frecce arancioni indicano le velocità $v_1 = \omega r_1$ e $v_2 = \omega r_2$. Le linee tratteggiate arancioni mostrano il tratto di circonferenza percorso dai due corpi durante il tempo Δt . b) I due corpi – osservati in un sistema di riferimento corotante centrato su CM – risultano fermi e la mutua gravità che li attrae è bilanciata dalla forza centrifuga (frecce nere).

maginaria. Per questo motivo la linea e i due corpi appaiono fermi. Per l’osservatore nel riferimento corotante questa staticità è dovuta al fatto che i corpi sono sottoposti alla forza *centrifuga*, una forza apparente che insorge in un riferimento in rotazione. Questa forza tende ad allontanare i due corpi dal CM equilibrandone la reciproca attrazione gravitazionale (FIG. 2b). In altre parole, la somma delle forze agenti su ciascun corpo è nulla e questo giustifica, agli occhi dell’osservatore “rotante”, il fatto che le due masse rimangono ferme. Spesso è più semplice risolvere determinati problemi “stando” in un riferimento rotante; per questo nel seguito noi adotteremo prevalentemente un tale riferimento.

Passiamo ora al problema dei tre corpi. Già il grande matematico Joseph-Louis Lagrange (1736-1813) – torinese di nascita con il nome di Giuseppe Luigi Lagrangia, ma naturalizzato francese – realizzò che questo problema è troppo complesso per poter essere risolto analiticamente. Successivamente Henri Poincaré (1854-1912) ha anticipato quello che oggi possiamo verificare tramite simulazioni al computer, ossia che il sistema ha un’evoluzione caotica: è infatti sufficiente cambiare di poco anche una sola delle condizioni iniziali (massa, posizione, velocità) di un singolo oggetto per ottenere traiettorie completamente diverse per tutti e tre i corpi (FIG. 3).

È possibile, tuttavia, conseguire risultati trattabili nel cosiddetto problema *ristretto* dei tre corpi in cui

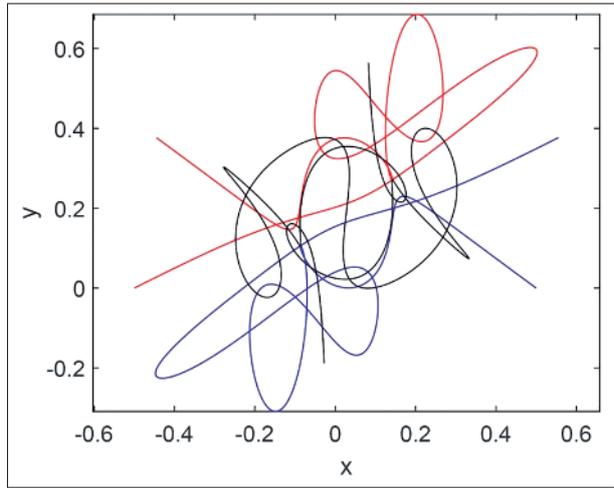


FIG. 3. Traiettorie caotiche di tre corpi interagenti ottenute da simulazioni al computer e distinguibili dai diversi colori. Le ascisse e le ordinate sono date in unità arbitrarie. Una versione animata del problema è visibile su Wikipedia alla voce “Problema dei tre corpi”.

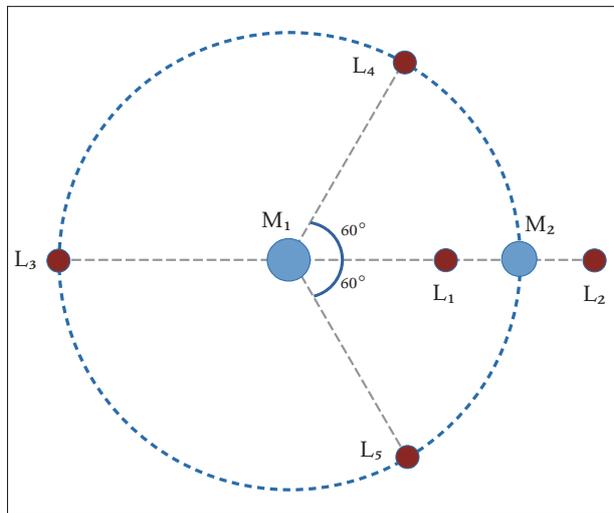


FIG. 4. Disposizione dei punti lagrangiani nel problema ristretto dei tre corpi. In un sistema corotante con M_2 i punti lagrangiani (ed M_2 stesso) risultano fermi. Questa figura vale nel caso in cui $M_1/M_2 \gg 1$; in questo caso, infatti, il CM è praticamente coincidente con il centro di M_1 (come accade, per esempio, nel caso Sole-Terra in cui il precedente rapporto vale 1000). Dal momento che il CM rappresenta il centro di rotazione, questo spiega perché la traiettoria circolare è centrata su M_1 .

si ipotizza che per la massa m del terzo corpo valga $m \ll M_1$ e $m \ll M_2$ per cui la sua gravità è trascurabile e non influenza il moto degli altri due (è ciò che, ad esempio, avviene per il sistema Sole-Terra-satellite artificiale). Il sistema presenta cinque punti spaziali caratteristici indicati come L_1, L_2, L_3, L_4 e L_5 (FIG. 4) detti punti lagrangiani.⁴ Si tratta di posizioni di equilibrio in cui si annulla la somma della forza centrifuga e delle forze di gravità di M_1 e M_2 . Un corpo m posto in uno di questi punti rimane fermo

⁴ Anche se in verità i primi tre furono individuati dal celebre matematico svizzero Leonhard Euler (1707-1783), mentre solo gli altri due vennero scoperti successivamente da Lagrange.

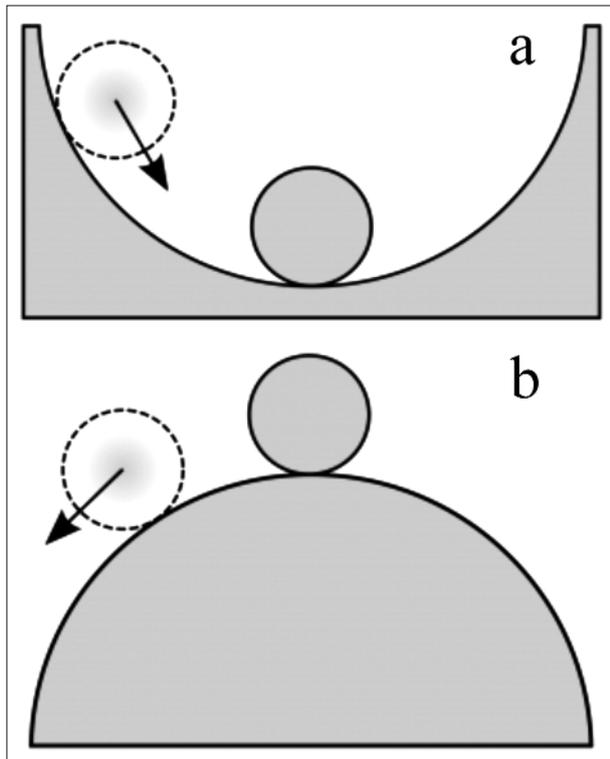


FIG. 5. a) Esempio di equilibrio stabile. Una pallina sul fondo di una conca tende a rimanere ferma in questo punto di equilibrio. Se “disturbata” da qualche scossone che le fornisce una velocità, la pallina si allontana da questo punto ma tende a tornare indietro e ad oscillargli attorno (a meno che lo scossone non sia così forte da farle scavalcare il bordo della conca); b) Esempio di equilibrio instabile. La pallina sulla cima di un dosso non si muove e si trova quindi in un punto di equilibrio. Basta però una lieve perturbazione perché la pallina si allontani progressivamente e non faccia più ritorno.

rispetto ai due corpi principali perché non è sottoposto ad alcuna forza. È dunque possibile “parcheggiare” un satellite artificiale in un punto di Lagrange e farcelo rimanere⁵ senza azionare propulsori (ma si veda più sotto).

I primi tre punti lagrangiani sono collocati sulla linea che passa per M_1 e M_2 . Supponendo che questi corpi siano rappresentativi, rispettivamente, del Sole e della Terra, L_1 e L_2 risultano ad una distanza di 1,5 milioni di chilometri (un centesimo della distanza Terra-Sole) dal nostro pianeta mentre L_3 è in una posizione diametralmente opposta a quella della Terra rispetto al Sole. I punti L_4 e L_5 si trovano sull’orbita terrestre; il primo precede il nostro pianeta a una distanza angolare di 60° e l’altro lo segue da una pari distanza.

È necessario ora fare una piccola digressione. Un oggetto inizialmente posizionato in L_1 ha una distanza dal Sole inferiore a quella della Terra (FIG. 4); pertanto, in base alla terza legge di Keplero, dovrebbe essere più veloce del nostro pianeta e sopravanzarlo invece di rimanergli accanto stazionando nel punto di Lagrange, come abbiamo

⁵ Posizionato in qualunque altro luogo diverso da uno dei punti lagrangiani, il satellite si muoverebbe per poi seguire una diversa traiettoria.

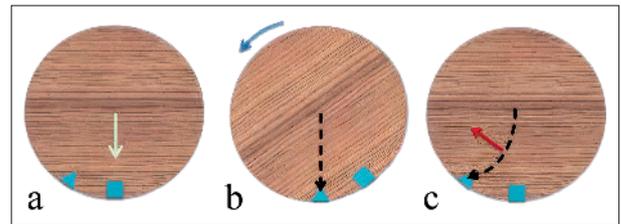


FIG. 6. La forza di Coriolis. Un arciere al centro di una pedana ferma indirizza la freccia verso il bersaglio posto davanti a lui (simbozzato in figura da un quadrato) centrandolo. Se la pedana è in rotazione l’arciere manca il bersaglio. Egli imprime come prima una velocità radiale al dardo (freccia bianca in a) che segue una traiettoria rettilinea come in precedenza (freccia nera tratteggiata in b), ma nel tempo impiegato per raggiungere il bersaglio quest’ultimo si è scansato per via della rotazione e la freccia lo manca andando a colpire un punto (il triangolo in figura) a lato. Per l’arciere (che ruota assieme alla pedana e continua a vedere il bersaglio davanti a sé come se non vi fosse rotazione) le cose vanno come se fosse presente una forza (la forza di Coriolis, indicata dalla freccia rossa in c) ortogonale al moto del dardo che ne devia la traiettoria (freccia tratteggiata nera in c).

detto più sopra.⁶ Tuttavia, la forza “di richiamo” gravitazionale della Terra fa sì che esso rimanga in L_1 . Un ragionamento analogo vale per L_2 ; un oggetto in questa posizione dovrebbe muoversi più lentamente della Terra, ma viene “trainato” da quest’ultima e mantiene la sua posizione in L_2 .

Tornando alle proprietà di equilibrio dei punti lagrangiani, abbiamo detto che un piccolo corpo (asteroide o satellite artificiale) posto in uno di tali punti dovrebbe permanervi per sempre. In realtà sappiamo che esistono tre tipi di equilibrio: *stabile*, *instabile* e *indifferente* (la FIG. 5 illustra la differenza tra i primi due mentre il terzo è poco interessante e non ce ne occuperemo). I primi tre punti lagrangiani hanno un equilibrio instabile. Consideriamo, p.e., un corpo posto in L_1 . Esso può venire disturbato per svariate cause (pressione della radiazione solare, gravità degli altri pianeti o un urto con un altro corpo celeste); se, p.e., dovesse muoversi anche poco verso il Sole risentirebbe di una maggiore gravità solare e una minore attrazione terrestre. Questo squilibrio produrrebbe un ulteriore avvicinamento al Sole allontanando sempre più l’oggetto da L_1 . La situazione sarebbe simile a quella illustrata in FIG. 5b, a dimostrazione che L_1 è un punto di equilibrio instabile. Argomenti analoghi valgono per i punti L_2 e L_3 .

La situazione in L_4 e L_5 è più complessa, e in effetti questi sono punti di equilibrio stabile per via della *forza di Coriolis*, una forza apparente che compare in un sistema rotante oltre alla forza centrifuga. A questa forza abbiamo dedicato le *Spigolature* del n. 73 del 2018, e qui ne richiamiamo solo le caratteristiche essenziali (FIG. 6). Essa interviene ortogonalmente alla velocità di un oggetto in moto deviandone continuamente la traiettoria. Dunque, un corpo inizial-

⁶ La terza legge di Keplero, lo ricordiamo, stabilisce che un oggetto orbitante attorno al Sole ha una velocità tanto maggiore quanto minore è la sua distanza dall’astro.

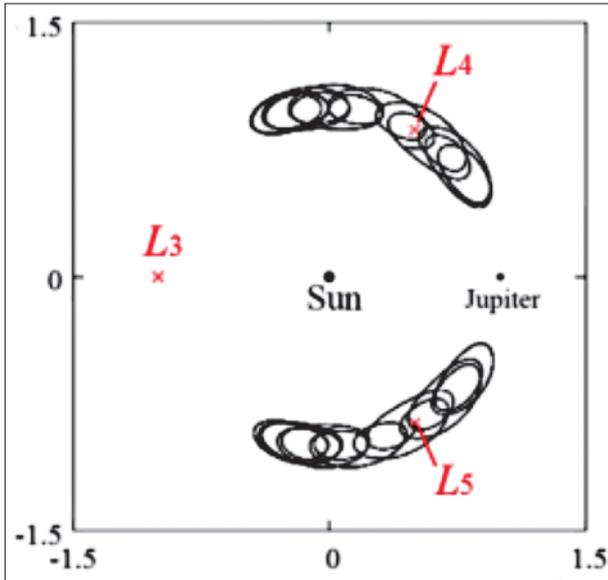


Fig. 7. Simulazione al computer delle orbite di un oggetto nei dintorni di L_4 e L_5 (le unità spaziali in ascissa e ordinata sono arbitrarie). Queste orbite sono tridimensionali e le linee che le rappresentano indicano la loro proiezione sul piano orbitale del pianeta (ovvero sul piano della figura).

mente in L_4 o in L_5 che comincia a muoversi a causa di una qualche perturbazione segue una traiettoria “riccioluta” nei pressi del punto lagrangiano senza allontanarsene troppo⁷ (Fig. 7). C’è da sottolineare che l’orbita dell’oggetto in genere non è complanare con il piano orbitale del pianeta, ma è “tridimensionale” e attraversa ripetutamente tale piano. L’orbita si sviluppa all’interno di una regione a forma di fagiolo attorno a L_4 e L_5 . Se dunque un asteroide si avvicina (non troppo velocemente) a queste regioni vi rimane intrappolato. Il fenomeno è particolarmente evidente per il sistema Sole-Giove in cui ognuna di queste regioni è popolata da circa 500.000 asteroidi denominati *asteroidi Troiani* perché ai più grandi viene attribuito un nome di un personaggio della guerra di Troia, greco o troiano a seconda che si trovi in L_4 o L_5 . Gli altri pianeti hanno molti meno asteroidi conosciuti; la Terra, ad esempio, ne ha solo due in L_4 .

Con quanto appena esposto abbiamo risposto alla prima delle due domande con cui abbiamo iniziato questa nota. Vediamo ora di rispondere alla seconda.

I punti L_1 e L_2 si sono rivelati avere un utilizzo “pratico” che certo Lagrange non avrebbe potuto immaginare. Il punto L_1 è esposto al Sole per tutto il periodo orbitale ed è dunque il posto ideale dove posizionare un satellite per lo studio del Sole, come

⁷ Si noti che, a differenza di L_4 e L_5 , nei primi tre punti lagrangiani la forza di Coriolis non agisce da forza di richiamo. In L_1 , ad esempio, una piccola perturbazione che spinge il terzo corpo m verso il Sole innesca uno squilibrio tra attrazione solare e terrestre che aumenta sempre più. Pertanto m si allontana da L_1 alquanto rapidamente e la forza di Coriolis, pur essendo presente ed influenzandone la traiettoria, non riesce ad evitarne il progressivo allontanamento.

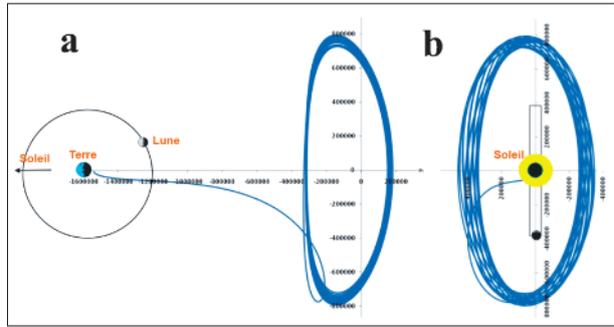


Fig. 8. Traiettoria del satellite JWST dal lancio fino al suo “stazionamento” nei pressi di L_2 su orbite aperte quasi circolari attorno all’asse Terra-Sole. a) Traiettoria vista da sopra il piano orbitale della Terra. b) Traiettoria vista dall’estremità dell’asse L_2 -Sole. Le distanze sono date in chilometri e l’origine degli assi di riferimento è in L_2 .

infatti è accaduto per il satellite SOHO lanciato nel 1995 e ancora in funzione. Dal momento che L_1 è un punto di equilibrio instabile, di tanto in tanto sono necessari (tramite l’accensione di razzi) piccole correzioni per riportare il satellite “al posto giusto”. Tuttavia, questi aggiustamenti richiedono uno scarso utilizzo di carburante, e questo allunga la vita operativa del satellite che termina con l’esaurimento del propellente.

Se L_1 è ideale per lo studio del Sole, L_2 lo è per le osservazioni della sfera celeste. Un telescopio opportunamente montato su un satellite in L_2 ha una visione notturna continua della sfera celeste senza essere mai disturbato dalla luce solare. Per questo motivo molti satelliti (come WMAP, Herschel, Planck, JWST, Gaia, Euclid) vengono posizionati in questa regione. Si sarebbe indotti a pensare che un simile sovrappopolamento porti a collisioni tra satelliti. In realtà, quest’ultimi non sono posti “a ridosso” di L_2 ma in orbita attorno ad esso in un’area enorme rispetto alle dimensioni del satellite. In Fig. 8 è illustrata la traiettoria di JWST. Dal momento che l’equilibrio in L_2 è instabile, la traiettoria del satellite tende a “scivolare via” nell’arco di un mese, ma i pochi e leggeri aggiustamenti necessari per rimettere il satellite “in carreggiata” sono trascurabili rispetto a quelli necessari se il satellite si trovasse in qualunque altro luogo del Sistema solare. Anche in questo caso, dunque, vi è un notevole risparmio di carburante.

Ora che abbiamo risposto anche alla seconda domanda formulata all’inizio di questa nota terminiamo il livello base con un ulteriore quesito che forse qualche lettore si sarà già posto. Affinché un oggetto possa compiere un’orbita circolare è necessario che al centro vi sia un corpo che con la sua gravità generi la forza *centripeta*⁸ che costringe l’oggetto

⁸ Un sasso in rotazione legato ad un’estremità di una corda tende ad allontanarsi lungo una retta (ortogonale alla fune), ma la tensione della corda esercita una forza che ne devia continuamente il percorso “costringendolo” su un’orbita circolare. La tensione rappresenta la forza centripeta (ossia diretta verso il centro dell’orbita) necessaria per realizzare un percorso circolare. Per gli oggetti astronomici la forza centripeta è ovviamente data dall’attrazione gravitazionale.

stesso a girargli attorno. Noi però abbiamo appena affermato che i satelliti compiono orbite circolari attorno all'asse Sole-Terra nei pressi di L_2 dove non vi sono masse che possano fornire una tale forza centripeta. Come può allora un satellite orbitare attorno al "nulla"? Daremo una risposta (assai) semplificata al termine del livello avanzato (FIG. 11).

Approfondiamo ora alcuni argomenti toccati nel livello base a partire dal problema dei due corpi orbitanti attorno al loro CM con velocità angolare ω . Con riferimento alla FIG. 2b, possiamo scrivere la forza di gravità che lega i due corpi come

$$F_g = G \frac{M_1 M_2}{(r_1 + r_2)^2}. \quad (2)$$

Immaginiamo ora di osservare i due corpi da un riferimento corotante. I due corpi appaiono fermi in quanto la reciproca attrazione F_g è bilanciata dalle forze centrifughe $F_{c1} = M_1 \omega^2 r_1$ e $F_{c2} = M_2 \omega^2 r_2$ (FIG. 2b). Abbiamo pertanto $F_g = F_{c1} = F_{c2}$, ossia

$$G \frac{M_1 M_2}{(r_1 + r_2)^2} = M_1 \omega^2 r_1 = M_2 \omega^2 r_2$$

da cui, dopo qualche semplice "acrobazia" algebrica, otteniamo un'espressione per ω che ci tornerà utile tra poco:

$$\omega^2 = G \frac{(M_1 + M_2)}{(r_1 + r_2)^3}. \quad (3)$$

Consideriamo ora il problema dei tre corpi ristretto introducendo un terzo oggetto di massa $m \ll M_2 < M_1$ in orbita complanare con gli altri due corpi. Esaminiamo dapprima i tre punti lagrangiani allineati L_1 , L_2 e L_3 .

Come sappiamo dal livello base, in L_1 (FIG. 9a) – come in qualunque altro punto lagrangiano – non agisce una forza netta, e deve dunque essere

$$\vec{F}_{g1} + \vec{F}_{g2} + \vec{F}_C = 0, \quad (4)$$

dove \vec{F}_{g1} e \vec{F}_{g2} rappresentano, rispettivamente, la forza gravitazionale esercitata da M_1 e M_2 mentre \vec{F}_C indica la forza centrifuga. Pertanto (assumendo negativi i vettori verso M_1 e viceversa)

$$-G \frac{M_1 m}{(a-l_1)^2} - G \frac{M_2 m}{l_1^2} + G \frac{M_1 + M_2}{a^3} m (a + l_1 - r_1) = 0. \quad (5)$$

Nell'ultimo termine dell'equazione abbiamo utilizzato l'eq. (3) per scrivere la forza centrifuga.

Scopo dell'eq. (5) è quello di ottenere la distanza l_1 tra L_1 e M_2 . Riordinando i termini, si vede che questa equazione è di quinto grado nell'incognita l_1 e pertanto non ha una soluzione analitica. Tuttavia, dopo calcoli relativamente complessi e qualche ragionevole approssimazione si ottiene, nel caso del sistema Sole-Terra,

$$l_1 \approx a \left(\frac{M_2}{3 M_1} \right)^{\frac{1}{3}} = 1,5 \times 10^6 \text{ km} \quad (6)$$

(i valori dei parametri sono dati nel livello base).

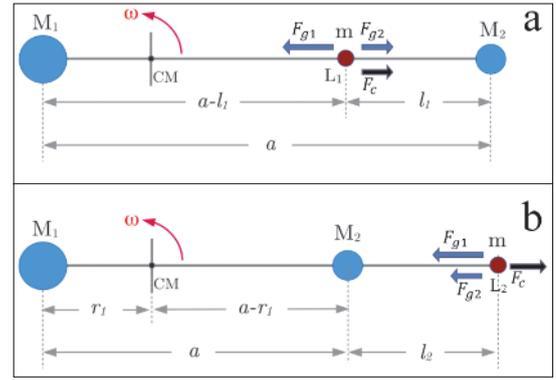


FIG. 9. Illustrazione dei punti di Lagrange L_1 (pannello a) e L_2 (pannello b). Sono indicate le varie distanze di interesse e le tre forze \vec{F}_{g1} , \vec{F}_{g2} e \vec{F}_C . La loro intensità relativa (ossia la lunghezza relativa delle frecce che le rappresentano) è riportata in maniera arbitraria. Nei punti di Lagrange le forze gravitazionali presenti sono dirette ciascuna verso la propria massa di "pertinenza", mentre la forza centrifuga ha una direzione opposta al baricentro.

La distanza l_2 (FIG. 9b) si calcola sempre dalla condizione (4) ricavando un'equazione simile all'eq. (5):

$$-G \frac{M_1 m}{(a+l_2)^2} + G \frac{M_2 m}{l_2^2} + G \frac{M_1 + M_2}{a^3} m (a - l_2 - r_1) = 0. \quad (7)$$

Il risultato per l_2 è un'equazione uguale all'eq. (6); si ottiene pertanto $l_2 \approx l_1$.

Il punto L_3 si trova sostanzialmente all'opposto di M_2 rispetto a CM. Su di esso agiscono verso CM le forze gravitazionali congiunte di M_1 e M_2 . Quest'ultima massa, tuttavia, si trova ad una distanza doppia rispetto a M_1 e, soprattutto, è estremamente più piccola e il suo contributo alla gravità in L_3 è trascurabile. Pertanto L_3 si trova ad una distanza da CM molto simile a quella di M_2 .

Consideriamo ora i punti L_4 e L_5 . Data la loro posizione simmetrica rispetto alla linea congiungente M_1 a M_2 , nel testo tralasciamo le argomentazioni su L_5 in quanto simili a quelle su L_4 che ci accingiamo ad esporre. Come ormai abbiamo imparato, affinché un corpo m in L_4 rimanga fermo (nel riferimento corotante) è necessario, come per i precedenti punti lagrangiani, che sia soddisfatta l'eq. (4). La forza centrifuga in L_4 ha una direzione radiale ed è ovviamente rivolta verso l'esterno. Pertanto, la risultante delle due forze di gravità, $\vec{F}_g = \vec{F}_{g1} + \vec{F}_{g2}$, deve avere la stessa direzione e puntare verso il centro di rotazione CM (FIG. 10). Perché ciò si verifichi è necessario che L_4 sia posizionato al vertice di un triangolo equilatero che abbia lati di lunghezza pari alla distanza tra le due masse⁹ maggiori.

⁹ La dimostrazione è alquanto laboriosa e richiede una certa confidenza con il calcolo vettoriale e la trigonometria. Per questo motivo evitiamo di riportarla, sia pure per sommi capi.

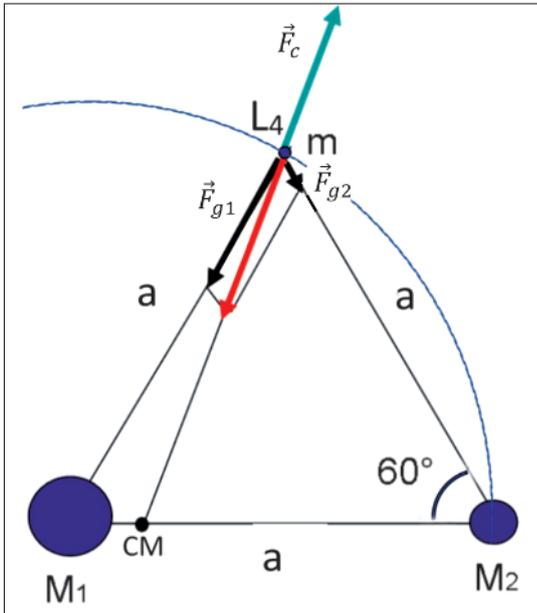


FIG. 10. Illustrazione in un riferimento corotante del punto L_4 nel caso Sole-Terra. Sappiamo dal livello base che il CM si trova (quasi) al centro di M_1 ; tuttavia nella figura è stato posto ben al di fuori per rendere la figura stessa più leggibile. Le due frecce nere rappresentano le forze gravitazionali delle due masse maggiori che si esercitano su una massa m posta in L_4 . La loro risultante, $\vec{F}_g = \vec{F}_{g1} + \vec{F}_{g2}$, è data dalla freccia rossa che punta verso il CM. La freccia verde rappresenta la forza centrifuga $\vec{F}_c = -\vec{F}_g$ e la linea circolare indica l'orbita terrestre (vista da un riferimento non rotante). L_4 si trova al vertice di un triangolo equilatero con lati pari ad a , la distanza Sole-Terra.

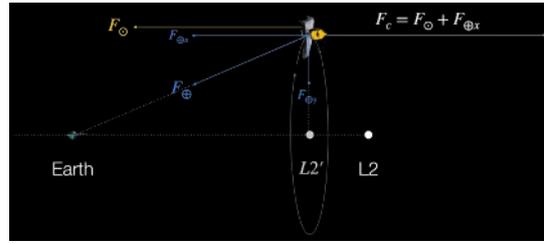


FIG. 11. Schema (super) semplificato e non in scala dell'orbita di un satellite attorno a L_2 . I simboli \odot e \oplus si riferiscono, rispettivamente al Sole e alla Terra. Data la grande distanza dal Sole, la forza di gravità solare F_\odot (freccia gialla) agente sul satellite cambia di pochissimo in valore e direzione rispetto alla forza agente in L_2 . La Terra, invece, si trova solo all'1% della distanza solare e la sua attrazione F_\oplus (freccia azzurra) sul satellite cambia sensibilmente. Consideriamo le sue due componenti $F_{\oplus x}$ e $F_{\oplus y}$. La prima si somma a F_\odot , e questa somma è bilanciata dalla forza centrifuga F_c (freccia bianca) dovuta al moto orbitale attorno al Sole (stiamo considerando il sistema in un riferimento corotante). $F_{\oplus x}$, invece, è diretta verticalmente verso la linea che congiunge L_2 e la Terra, e rappresenta la forza centripeta che permette al satellite di orbitare attorno a L_2 su un piano ortogonale a tale linea.

Concludiamo questa nota rispondendo al quesito posto al termine del livello base. Lo facciamo tramite l'immagine e la didascalia di FIG. 11. I dettagli sono alquanto più complessi di quanto li esposto (a partire dalla presenza di un punto L'_2), ma noi ci fermiamo qui.

Annibale D'Ercole si è laureato in Fisica all'Università di Roma "La Sapienza". Astronomo associato presso l'INAF · Osservatorio di astrofisica e scienza dello spazio di Bologna (OAS), si occupa di simulazioni numeriche di idrodinamica, applicate alle nebulose e al gas interstellare delle galassie. È autore di numerosi articoli divulgativi pubblicati presso questa e altre riviste.