

Spigolature astronomiche★

A cura di Annibale D'Ercole

INAF · Osservatorio di astrofisica e scienza dello spazio di Bologna (OAS)

L'età del Mondo: dalla Bibbia alle reazioni nucleari

Annibale D'Ercole

GLI studiosi cristiani valutavano l'età della Terra consultando le cronologie delle Sacre Scritture che elencavano le nascite e i decessi. La datazione più famosa è quella ottenuta dall'arcivescovo anglicano irlandese James Ussher (1581-1656) il quale stabilì che Dio aveva creato il mondo a mezzogiorno di domenica 23 ottobre del 4004 a.C. Date simili furono ottenute anche da altri autori, compresi Giovanni Keplero (1571-1630) e Isaac Newton (1642-1727). In questo quadro i fossili erano interpretati come una sorta di "scherzi della natura", tentativi non riusciti di plasmare esseri viventi. La presenza di fossili marini sui monti era attribuita al Diluvio, anche se non mancarono antichi pensatori egizi e greci – e più recenti, come Leonardo (1452-1519) – i quali dedussero correttamente che i siti dove tali fossili venivano rinvenuti un tempo si trovavano al di sotto del livello del mare.

L'avvento del microscopio nel diciassettesimo secolo portò alla corretta interpretazione dei fossili come organismi pietrificati, e indusse gli scienziati a ritenere che fossero avvenuti cambiamenti geologici su scale di tempi ben superiori ai circa 6.000 anni dettati dalla Bibbia. All'inizio del diciannovesimo secolo i geologi avevano imparato a capire la sequenza degli eventi che avevano plasmato il paesaggio studiando sia la velocità di accumulo dei vari strati di roccia sovrapposti uno sull'altro, sia il loro tasso di erosione dovuto a fattori atmosferici. Ne dedussero che la Terra era molto più vecchia dell'intera storia umana. Anche la teoria della selezione naturale di Charles Darwin (1809-1882) richiedeva scale

di tempo lunghe per permettere alle specie di evolvere, ed egli cercò di sostenere quest'idea basandosi sui metodi dei geologi. Darwin calcolò il tasso di erosione nel Weald, una regione dell'Inghilterra meridionale, dove le intemperie avevano scavato una struttura rocciosa a cupola, scoprendo gli strati sotto la superficie. Ne concluse che la Terra aveva almeno 300 milioni d'anni.

Naturalmente, un simile intervallo temporale doveva valere anche per il Sole, senza il quale nessun fenomeno vitale può svilupparsi sulla Terra. Il Sole è un'immensa sfera di gas incandescente, di massa $M_{\odot} = 2 \times 10^{33}$ g, che emette radiazione con luminosità $L_{\odot} = 4 \times 10^{33}$ erg/s; per verificare se possa effettivamente "rimanere acceso" così a lungo mantenendo la sua attuale luminosità, è necessario conoscere il meccanismo che ne alimenta lo splendore, ma nel XIX secolo esso era sconosciuto. Nel 1854, il fisico e fisiologo tedesco Hermann von Helmholtz (1821-1894) suggerì che la radiazione proveniente dal Sole derivi da una continua contrazione dell'astro sotto l'azione della sua stessa gravità. In effetti, una stella tende a un equilibrio in cui la pressione termica che indurrebbe a farla espandere è contrastata dalla gravità che tende invece a comprimerla. Il raffreddamento causato dall'irraggiamento provoca una perdita di energia termica e una conseguente diminuzione di pressione; la stella tenta di compensare questo sbilanciamento contraendosi e facendo così rialzare la pressione e la temperatura,¹ e alimentando perciò la luminosità (FIG. 1).

Lord Kelvin (al secolo William Thompson, 1824-1907) perfezionò lo schema proposto da Helmholtz e calcolò che il tempo scala perché il Sole irradi tutta la sua riserva di energia gravitazionale è di circa 20 milioni di anni; tale tempo rappresentava dunque l'età del Sole (e della Terra). Pur costituendo certamente un abisso rispetto alla datazione bibli-

* Questa rubrica si propone di presentare in modo sintetico e, per quanto possibile, autoconsistente argomenti che stanno alla base della conoscenza astronomica, spesso trascurati nella letteratura divulgativa, in quanto ritenuti di conoscenza generale oppure troppo difficili o troppo noiosi da presentare ad un pubblico non specialistico. Questi "fondamenti di astronomia", volutamente trattati in uno spazio limitato, possono essere letti a due livelli; eventuali approfondimenti per i lettori che desiderino ampliare la conoscenza dell'argomento vengono esposti in carattere corsivo e incorniciati. Si suggerisce questa rubrica, quindi, a studenti dei vari tipi e livelli di scuole. Le *Spigolature astronomiche* si possono trovare anche in rete, nel sito Web del «Giornale di Astronomia», <http://giornaleastronomia.difa.unibo.it/giornale.html>.

¹ È noto, infatti, che un gas sottoposto a compressione si scalda, com'è facile verificare quando, gonfiando le ruote della bicicletta, riscontriamo un aumento della temperatura dell'aria compressa (e della pompa stessa) perché parte della nostra energia muscolare è andata a riscaldare il gas.

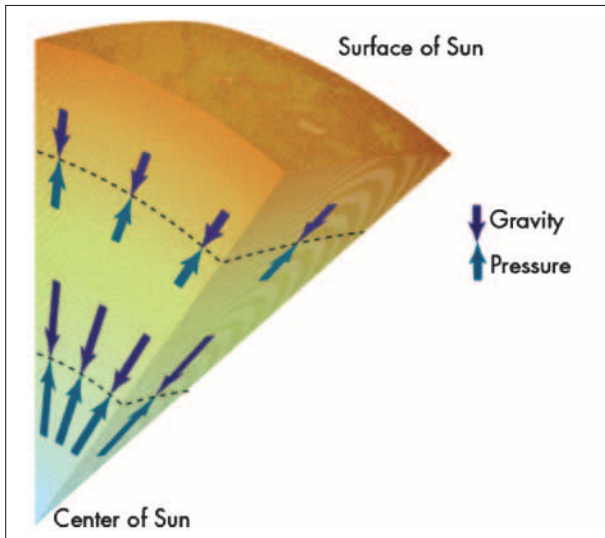


FIG. 1. Equilibrio idrostatico del Sole. Ad ogni distanza dal centro la pressione termica si contrappone alla gravità e la stella nel suo complesso rimane in equilibrio, senza espandersi e senza contrarsi.

ca, questo intervallo temporale rimaneva ancora troppo breve rispetto alle richieste di paleontologi e naturalisti.

L'affossamento definitivo del meccanismo di Kelvin-Helmholtz venne da parte dell'astronomo inglese Arthur Eddington (1882-1944) sulla base delle sue conoscenze delle stelle Cefeidi. Queste rappresentano una famiglia di stelle la cui luminosità varia con un periodo molto preciso, dell'ordine di 1-100 giorni: maggiore è la luminosità della stella, maggiore è il suo periodo (si vedano le "Spigolature" del n. 4 del 2010); la variazione è dovuta ad una pulsazione della stella (oscillazione del raggio rispetto ad un valore medio). Eddington dimostrò che il periodo Π è legato alla densità media ρ tramite la relazione $\Pi \propto \rho^{-0,5}$. Se, per il meccanismo di Kelvin-Helmholtz, la stella si contraesse al punto da aumentare apprezzabilmente la propria densità media, il suo periodo di oscillazione dovrebbe diminuire. In particolare, δ Cephei (la stella variabile più studiata ai tempi di Eddington), data la sua luminosità (e la contrazione necessaria per sostenerla), avrebbe dovuto ridurre il proprio periodo di pulsazione in maniera misurabile nei vari decenni durante i quali era stata costantemente monitorata. Il periodo invece risulta costante, a dimostrazione che ci deve essere "qualcos'altro" ad alimentare la luminosità stellare.

Questo "qualcos'altro" venne suggerito dallo stesso Eddington, sempre nel 1920. In quell'anno, il fisico e premio Nobel britannico Francis William Aston realizzò accurate misure della massa di vari atomi, tra cui idrogeno ed elio; scoprì così che un

² Senza alcuna pretesa di rigore, possiamo giustificare questa relazione tramite un'analogia con il più classico dei fenomeni periodici, ossia il pendolo. Come riportato in ogni manuale di fisica, il periodo di oscillazione del pendolo è $\Pi = 2\pi (g/l)^{-1/2}$, dove g è l'accelerazione di gravità e l la lunghezza del pendolo. Se ad oscillare è una stella, possiamo porre $l \sim R$ e $g \sim GM/R^2$, dove G è la costante di gravità; otteniamo pertanto $\Pi \propto (GM/R^3)^{-1/2} \propto \rho^{-1/2}$.

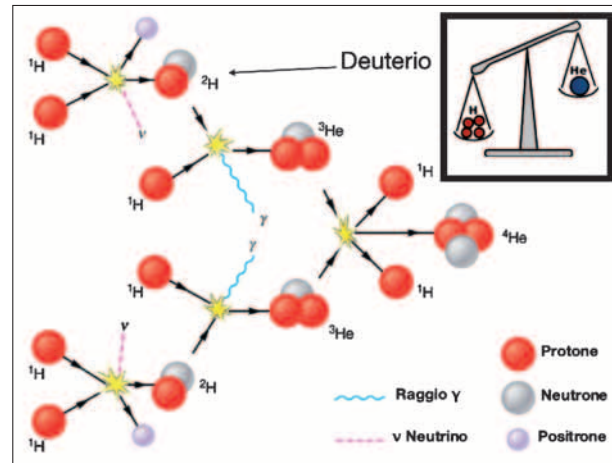


FIG. 2. Le reazioni nel ciclo protone-protone. Nella prima reazione due protoni si uniscono creando un nucleo di deuterio (${}^2\text{H}$), e rilasciando un neutrino e un positrone, cioè un elettrone elettricamente positivo (nell'angolo in alto e in basso a sinistra). Nella seconda reazione un nucleo di deuterio ed un protone si uniscono per creare un nucleo dell'isotopo 3 dell'elio (${}^3\text{He}$), emettendo un fotone γ (in alto e in basso a sinistra). Nella terza reazione due nuclei ${}^3\text{He}$ danno luogo all'isotopo 4 di elio (${}^4\text{He}$) più due protoni che si rendono disponibili per un nuovo ciclo. Il riquadro in alto a destra evidenzia la differenza in massa tra 4 nucleoni (protoni e neutroni) liberi e il nucleo di elio. Quest'ultimo ha una massa ridotta dello 0,7%; la massa mancante $\Delta m = 0,007(4m)$, dove m è la massa di un nucleone, si è trasformata in energia secondo la nota formula di Einstein $E = \Delta mc^2$, dove c è la velocità della luce.

nucleo di elio (composto da due protoni e due neutroni) ha una massa inferiore a quella di quattro protoni considerati separatamente (neutroni e protoni hanno sostanzialmente la stessa massa). L'importanza di questo risultato fu immediatamente compresa da Eddington che intuì che tale differenza era dovuta al fatto che, nel formare elio, parte della massa m dei neutroni e dei protoni si trasforma in energia secondo la celebre formula $E = mc^2$ (dove $c = 3 \times 10^{10}$ cm/s è la velocità della luce) ottenuta da Einstein nel 1905. L'intuizione di Eddington risulta particolarmente brillante (si tenga conto che il neutrone è stato scoperto solo nel 1932), ma si dovette aspettare la fine degli anni Trenta per comprendere i dettagli della fusione nucleare che si realizza al centro delle stelle, grazie al fisico tedesco naturalizzato statunitense Hans Bethe (1906-2005) – la massima autorità di allora nel campo della fisica nucleare – che per questi suoi studi ricevette il premio Nobel nel 1967.

La fusione nucleare si realizza quando dei nuclei atomici si incontrano dando luogo a nuclei di elementi diversi (si vedano le "Spigolature" n. 2 del 2006) e rilasciando particelle elementari e fotoni; ad esempio, tramite una serie di passaggi che costituiscono la cosiddetta catena p-p (protone-protone), nuclei di idrogeno (ossia, semplici protoni) danno luogo alla costituzione di nuclei di elio, composti da due protoni e due neutroni (FIG. 2). La fusione nucleare in un gas avviene quando questo gas è allo stato di *plasma*, ossia quando possiede un'alta temperatura, e i suoi atomi sono completamente ioniz-

zati. La necessità di alte temperature è dovuta al fatto che, per incontrarsi, due nuclei atomici devono superare la cosiddetta “barriera coulombiana”, ossia la repulsione elettrica originata dalla carica positiva di entrambi. Questo può accadere se i nuclei, nel loro moto di agitazione termica, sono dotati di alte velocità come conseguenza di temperature elevate.

Semplici calcoli mostrano che la temperatura al centro del Sole è di circa 15 milioni di gradi (si veda il livello avanzato). Tuttavia, l’energia cinetica dei protoni associata a questa temperatura è di gran lunga inferiore a quella necessaria per superare la barriera coulombiana (si veda ancora il livello avanzato). Se, dunque, nell’“infinitamente piccolo” valesse la fisica classica il Sole non potrebbe splendere di luce propria. Ma, fortunatamente (per noi), le particelle sono soggette alle leggi probabilistiche della fisica quantistica, e, in particolare, al cosiddetto “effetto tunnel”.

Classicamente, una pallina in fondo a una buca non ne può fuoriuscire, a meno di non fornirle un’energia cinetica sufficiente. Dal punto di vista quantistico, tuttavia, la particella ha ugualmente una qualche probabilità di risalire la parete della buca anche se non in possesso, mediamente, dell’energia cinetica necessaria. Questo comportamento deriva dal principio di indeterminazione di Heisenberg: non è possibile conoscere al contempo con esattezza posizione e velocità di una particella. Se questa è confinata in uno spazio Δx , l’incertezza sulla sua velocità, Δv , è tale per cui $\Delta x \Delta v \sim h/2\pi$, dove h è la costante di Planck (si vedano le “Spigolature” nel n. 1 del 2009). Se dunque la buca è molto stretta, la velocità può fluttuare fino a valori così grandi da permettere alla particella di fuoriuscire. Pertanto, la particella non ha una energia (cinetica) E ben definita, ma può assumere valori all’interno di un intervallo ΔE . Il principio di indeterminazione può anche essere formulato come $\Delta E \Delta t \sim h/2\pi$: maggiore è l’energia “presa in prestito” dalla particella durante la fluttuazione, minore è l’intervallo di tempo dopo il quale tale prestito va restituito. Può dunque succedere con probabilità non nulla che si realizzi l’effetto tunnel, ossia che la particella riesca a superare la parete della buca proprio durante il breve intervallo temporale Δt , anche se la sua energia media non sarebbe sufficiente a oltrepassare la barriera.

Tornando ora alla fusione nucleare, l’effetto tunnel prevede che due protoni, pur non avendo l’energia necessaria per superare la barriera coulombiana, abbiano comunque una probabilità di riuscire pari a $\sim 10^{-10}$; benché piccolissima questa probabilità è non zero, per cui un certo numero di reazioni si può realizzare, dato anche il grande numero di protoni e collisioni presenti nel nucleo del Sole. Come illustrato in FIG. 2, queste collisioni generano fotoni γ , estremamente energetici e assolutamente letali. Ma nel loro viaggio verso la superficie questi fotoni urtano continuamente contro gli elettroni (che so-

no liberi) ed il cammino libero medio, tra un urto e l’altro, è dell’ordine di 2 cm (se consideriamo la densità media; nel centro, dove la densità è più alta, il cammino libero medio è di qualche millimetro). Si calcola che i fotoni urtino circa $\sim 10^{21}$ volte e seguano una traiettoria a zig-zag, impiegando circa 25.000 anni per fuoriuscire (si vedano le “Spigolature” nel n. 1 del 2007). Ad ogni urto il fotone si “degrada” un poco, perdendo energia; arrivato in superficie, il fotone si ritrova ad avere frequenze (e dunque energie) che partengono allo spettro visibile.

Oggi sappiamo che durante la formazione di un nucleo di elio lo 0,7% della massa dei suoi componenti è convertito in energia;³ ammettendo che solo un decimo della massa del Sole partecipi alla fusione (la frazione centrale più densa e più calda), si calcola che ogni secondo 600 milioni di tonnellate d’idrogeno si trasformano in 595 milioni di tonnellate di elio.⁴ Quindi, dopo questa trasformazione, manca all’appello una massa ΔM pari a 5 milioni di tonnellate di idrogeno, ossia $\Delta M = 5 \times 10^{12}$ g, trasformata in una quantità di energia pari a $E = \Delta M c^2 \sim 4 \times 10^{33}$ erg, proprio la luminosità solare L_{\odot} .

Se dividiamo la “riserva di carburante” $0,1 \times M_{\odot}$ per il carburante ΔM consumato ogni secondo, otteniamo un ordine di grandezza del tempo di vita aspettato per il Sole:

$$\tau \sim 0,007 \times 0,1 \times M_{\odot} / \Delta M \sim 10 \text{ miliardi di anni}$$

(per questa valutazione si è tenuto conto che un anno contiene $3,16 \times 10^7$ s). Questo risultato riconcilia dunque le esigenze di fisici, paleontologi e geologi.

Prima della scoperta delle reazioni nucleari si riteneva che la luminosità L del Sole fosse alimentata dalla “riserva energetica” costituita dalla sua energia gravitazionale mediante una continua contrazione dell’astro. Ma il tempo di vita del Sole derivante da tale meccanismo, detto meccanismo di Kelvin-Helmholtz, risulta più breve della scala dei tempi dedotta dallo studio dei fossili. Per verificarlo, cominciamo con l’assumere, per semplicità, che il Sole abbia una densità costante; la massa racchiusa entro un raggio $0 \leq r \leq R$ (dove R è il raggio solare) vale quindi $m(r) = (4\pi/3)\rho r^3$.

Posto $G = 6,67 \times 10^{-8}$ (in CGS) la costante gravitazionale, l’accelerazione di gravità in r è pari

$$a \ g = \frac{Gm(r)}{r^2} \text{ perché, com’è noto, essa dipende solo}$$

³ Il motivo per cui solo una frazione della massa si trasforma in energia invece della sua totalità risiede nel fatto che le leggi di conservazione vanno rispettate. Ad esempio, se nel processo di fusione i protoni venissero completamente trasformati in energia, scomparirebbe la loro carica elettrica e verrebbe meno la conservazione della carica.

⁴ Seicento milioni di tonnellate, pari a 6×10^{14} g, sono trascurabili rispetto all’intera massa del Sole di 2×10^{33} g.

da $m(r)$ e non dalla massa posta a distanze dal centro maggiori di r . Se consideriamo un corpo di massa dm , esso viene attratto verso il centro da una forza

$$F = gdm = G \frac{4\pi}{3} \rho r dm.$$

La forza, dunque, varia linearmente con r all'interno del Sole. Per semplificare il calcolo del lavoro \mathcal{L} compiuto dalla forza di gravità nello spostare il corpo da R fino al centro assumiamo per F un valore costante pari al suo valore medio calcolato in $r = 0,5R$; avremo pertanto

$$\mathcal{L} = F \times R = 0,5G \frac{4\pi}{3} \rho R dm R = 0,5 \frac{GM dm}{R}.$$

Se ora ipotizziamo che il Sole possa contrarsi a causa della propria gravità, se cioè ipotizziamo che, in un certo senso, il Sole "attragga se stesso", l'energia gravitazionale spesa (ossia, il lavoro compiuto) dalla nostra stella si ottiene dalla formula precedente sostituendo dm con M :

$$E \sim 0,5 \frac{GM^2}{R} \sim 2 \times 10^{48} \text{ erg.} \quad (1)$$

Nonostante la procedura alquanto rozza seguita per ottenere questa equazione, il risultato raggiunto è assai vicino a quello corretto.⁵ Il valore numerico è stato ottenuto tenendo conto che per il Sole $M = 2 \times 10^{33} \text{ g}$ e $R = 7 \times 10^{10} \text{ cm}$.

Possiamo finalmente concludere che, dal momento che ogni secondo il Sole irradia $L = 4 \times 10^{33} \text{ erg/s}$, esso potrebbe "rimanere acceso" per un tempo massimo

$$t_r \sim \frac{E}{L} \sim 2 \times 10^7 \text{ anni.}$$

Il valore numerico è stato ottenuto tenendo conto che un anno è composto da $3,16 \times 10^7 \text{ s}$. Il tempo ottenuto, decisamente molto breve, sta ad indicare che la sorgente di energia solare non può essere quella gravitazionale.

Come abbiamo visto nel livello base, fu Arthur Eddington a suggerire per primo che il Sole potesse essere sede di reazioni nucleari. Perché questo avvenga è necessario che la temperatura sia molto alta. In quel che segue vedremo come sia possibile valutare la temperatura centrale del Sole tramite argomentazioni di carattere generale.

⁵ Per coloro che già conoscono il potenziale di un oggetto centrale e sanno maneggiare un integrale, diciamo che l'espressione corretta dell'energia gravitazionale di una sfera autogravitante è $\int_0^R \frac{Gm(r)}{r} dm$, dove $dm = 4\pi r^2 \rho dr$ è la massa di un guscio sferico di raggio r e spessore dr . Nel caso di densità costante l'integrale, dopo una semplice manipolazione, risulta essere pari a $0,6GM^2/R$.

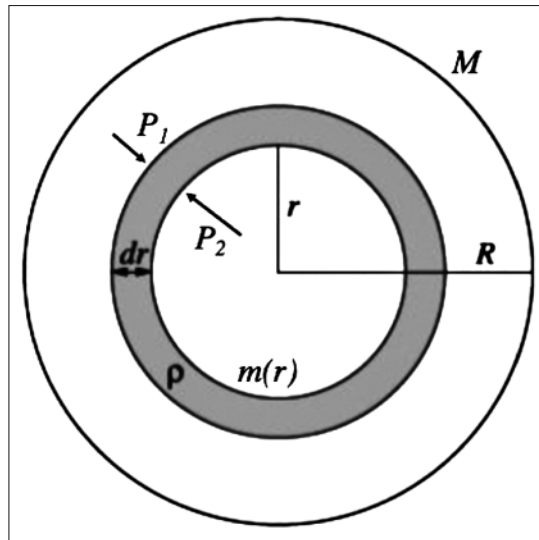


FIG. 3. Schema dell'equilibrio di una stella. Il cerchio esterno rappresenta l'intera stella di massa M e raggio R . L'anello grigio indica un guscio sferico di raggio r che racchiude una porzione $m(r)$ della massa stellare. Il guscio è sottoposto ad un effetto netto $P_2 - P_1$ rivolto radialmente verso l'esterno e che contrasta la forza gravitazionale (non riportata in figura).

Immaginiamo un modello di stella "a buccia di cipolla", composto cioè da una serie di gusci sferici concentrici. Un guscio generico di raggio r ha una superficie $S = 4\pi r^2$, uno spessore dr , un volume $dV = Sdr$ e una massa $dm = \rho dV$. Su questo guscio si esercita una pressione P_2 diretta verso l'alto dovuta al gas sottostante, e una pressione P_1 dovuta al gas sovrastante e diretta verso il basso (FIG. 3). Quando ci tuffiamo in mare è facile verificare che la pressione dell'acqua sui nostri timpani aumenta con la profondità; analogamente, nella stella abbiamo $P_2 > P_1$. Ricordando che la pressione è una forza per unità di superficie, la forza totale netta esercitata su tutto il guscio dalla pressione è pari a $F_p = (P_2 - P_1)S$. Per quanto detto più sopra, questa forza è diretta verso l'esterno e tende a far espandere il guscio. Affinché la stella rimanga in equilibrio, è necessario che F_p sia bilanciata dalla forza di gravità $F_g = Gm(r)dm/r^2$ che tende ad attirare il guscio verso il centro. Dall'uguaglianza $F_p = F_g$ otteniamo

$$P_2 - P_1 = \frac{Gm(r)}{r^2} \rho dr;$$

La soluzione esatta di questa equazione necessita il ricorso al calcolo analitico. Per un calcolo approssimato assumiamo, analogamente a quanto fatto per l'eq. (1), che la stella sia composta da un unico grande guscio di spessore $dr \sim R$; in questo caso abbiamo $r \sim R$ e $m(r) \sim M$. Inoltre $P_2 \sim P_c$ rappresenta la pressione centrale, mentre $P_1 = 0$, giacché la pressione alla superficie della stella è nulla. Otteniamo pertanto

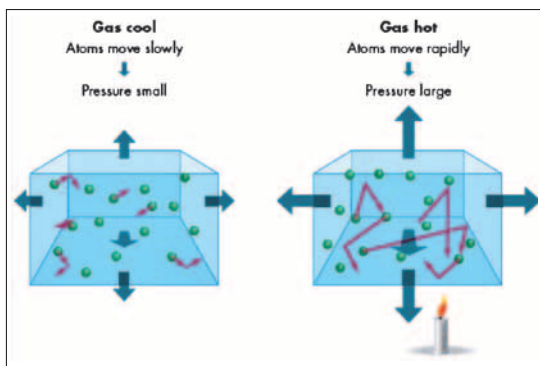


FIG. 4. Andamento della pressione di un gas con la temperatura. Gli atomi di un gas si muovono più velocemente ad alta temperatura, pertanto urtano più violentemente e più frequentemente che in un gas freddo. Questo comporta una maggiore pressione sulle pareti del contenitore, che è infatti determinata dalla frequenza e dalla violenza degli urti.

$$P_c \sim \frac{GM}{R} \rho.$$

Dobbiamo ricordarci ora della definizione generale di pressione data dalla termodinamica⁶ (FIG. 4):

$$P = \kappa n T = \frac{\kappa}{\bar{m}} \rho T = \frac{\kappa}{0,6 m_p} \rho T, \quad (2)$$

dove $\kappa = 1,38 \times 10^{-16}$ (in CGS) è la costante di Boltzmann, n è il numero di particelle di gas per centimetro cubo, \bar{m} è la massa media per particella, $m_p = 1,64 \times 10^{-24}$ g è la massa del protone, e la temperatura T del gas è misurata in gradi Kelvin.⁷

Uguagliando le due equazioni precedenti ricaviamo un valore della temperatura centrale

$$T_c \sim 0,6 \frac{m_p}{\kappa} \frac{GM}{R} \sim 14 \times 10^6 \text{ K}$$

stanzialmente simile al valore ottenuto con calcoli accurati.

⁶ La dimostrazione di questa formula è al di là degli scopi di questa nota, tuttavia possiamo darne una giustificazione intuitiva. La pressione esercitata da un gas contro le pareti di un contenitore è data dal "bombardamento" delle particelle di gas contro quest'ultime a causa del loro moto di agitazione termica. Risulta pertanto chiaro che la pressione è tanto maggiore quanto maggiore è n , e dunque $P \propto n$. Inoltre, riscaldando il gas si aumenta la velocità – e dunque l'energia cinetica – delle sue particelle le quali, pertanto, urtano con maggiore violenza contro le pareti, e perciò $P \propto T$ (FIG. 4). Quindi possiamo ragionevolmente scrivere $P \propto nT$.

⁷ Il rapporto tra \bar{m} e m_p , si ottiene come segue. Nel Sole, su 10 nuclei atomici 9 sono di idrogeno (H) e 1 di elio (He). Com'è noto, il nucleo di H è composto da un singolo protone, mentre quello di He da 2 protoni e 2 neutroni; pertanto la massa totale di questi 10 nuclei $\sim 13m_p$, è perché la massa dei neutroni è sostanzialmente simile a quella dei protoni. Data l'alta temperatura nel Sole, gli atomi sono completamente ionizzati e gli elettroni possono muoversi liberamente; nell'eq. (2), n si riferisce a tutte le particelle libere, sicché ai dieci nuclei atomici dobbiamo aggiungere 11 elettroni (9 derivanti da H e 2 da He) per un totale di 21 particelle. La massa dell'elettrone è circa 2000 volte inferiore a quella del protone ed è pertanto trascurabile. Statisticamente, allora, la massa media di ciascuna particella è $\bar{m} = 13m_p/21 \sim 0,6m_p$.

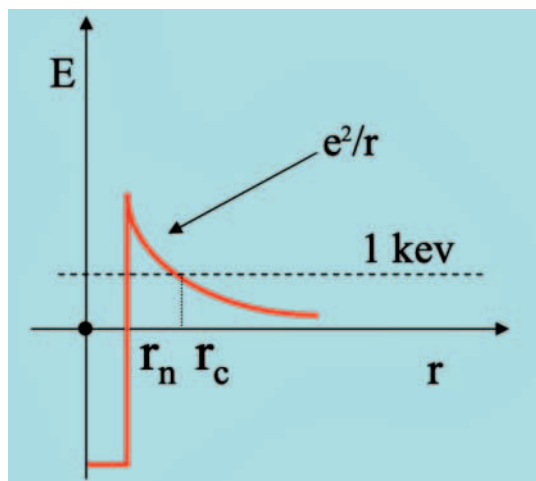


FIG. 5. Effetto tunnel. La linea rossa rappresenta la barriera coulombiana che circonda il protone (pallina nera) posto all'incrocio degli assi. La linea tratteggiata rappresenta l'energia media (1 keV) dei protoni al centro del Sole. Questa linea è più bassa della barriera e i protoni potrebbero avvicinarsi al massimo fino alla distanza r_c , dove la barriera è alta 1 keV. In realtà, è possibile che i protoni riescano, sia pure raramente, ad attraversare la barriera e raggiungere il protone centrale ad una distanza $r_n \sim 10^{-3}r_c$.

Per capire se 14 milioni di gradi sono sufficienti per innescare la fusione tra protoni, dobbiamo prima di tutto capire l'ammontare di energia cinetica delle particelle a questa temperatura. Nel commentare l'eq. (2) (vedi qui la nota 6) abbiamo visto che la pressione varia con l'energia cinetica delle particelle, che a sua volta varia con T . Facendo riferimento all'eq. (2), e ponendo $n = 1$, possiamo allora scrivere l'energia media ϵ_p per particella come⁸

$$\epsilon_p \sim \kappa T \sim 1 \text{ keV};$$

in questa equazione abbiamo utilizzato l'elettronvolt come unità di misura dell'energia, com'è usuale in fisica delle particelle ($1 \text{ eV} = 1,60 \times 10^{-12}$ erg, $1 \text{ keV} = 10^3 \text{ eV}$).

Questa energia va confrontata con l'energia necessaria ai protoni per superare la repulsione coulombiana ed avvicinarsi a distanza dell'ordine di $d \sim 10^{-13}$ cm, a cui "scatta" la forza nucleare attrattiva che tiene legati i protoni. Com'è noto, la forza di Coulomb varia, analogamente alla gravità, come l'inverso del quadrato della distanza. In analogia all'eq. (1) possiamo allora scrivere

$$\epsilon_c \sim \frac{q^2}{d} \sim 10^3 \text{ keV}, \quad (3)$$

dove $q = 4,80 \times 10^{-10}$ in CGS è la carica elettrica del protone. Mentre l'eq. (1) rappresenta l'energia necessaria per "smembrare" una stella allontanando ogni sua parte all'infinito, l'eq. (3), nel caso di due

⁸ Un calcolo esatto per un gas monoatomico dà luogo a $\epsilon = 1,5\kappa T$.

particelle con carica dello stesso segno, misura l'energia necessaria per avvicinarle fino ad una distanza d .

Confrontando le due ultime equazioni, dovremo concludere che nel centro del Sole le reazioni nucleari non possono avvenire dal momento che

$\varepsilon_p < \varepsilon_v$. Ma le particelle elementari seguono le leggi della meccanica quantistica le cui fluttuazioni statistiche permettono ad alcune di esse di "attraversare" la barriera coulombiana anche se in difetto di energia (FIG. 5); questo fenomeno è detto "effetto tunnel" (vedi il livello base).

Annibale D'Ercole si è laureato in Fisica all'Università di Roma "La Sapienza". Astronomo associato presso l'INAF · Osservatorio di astrofisica e scienza dello spazio di Bologna (OAS), si occupa di simulazioni numeriche di idrodinamica, applicate alle nebulose e al gas interstellare delle galassie. È autore di numerosi articoli divulgativi pubblicati presso questa e altre riviste.