

# Spigolature astronomiche<sup>★</sup>

A cura di Annibale D'Ercole

INAF · Osservatorio di astrofisica e scienza dello spazio di Bologna (OAS)

## Verità, mezza verità e falsità sulla forza di Coriolis

Annibale D'Ercole

INAF · Osservatorio di astrofisica e scienza dello spazio di Bologna (OAS)

CURIOSAMENTE, qualunque oggetto si muova sulla superficie terrestre tende a deviare verso destra nell'emisfero nord e verso sinistra nell'emisfero sud. Questa tendenza deriva dalla rotazione terrestre.

Per capire il perché, immaginiamo un giocatore di bocce posto al centro di una pedana in grado di ruotare, come quella di una giostra, e supponiamo che egli lanci le bocce verso un birillo posto sul bordo della pedana stessa. Se la pedana è ferma, il giocatore, dotato di mira infallibile, centerà il bersaglio ad ogni lancio. Se invece la pedana è in rotazione, le bocce mancheranno invariabilmente il birillo rotolando lateralmente rispetto ad esso (FIG. 1). Al momento del lancio, la boccia è effettivamente direzionata verso il bersaglio e si muove a velocità costante lungo una traiettoria rettilinea, dal momento che su di essa non agisce alcuna forza.<sup>1</sup> Tuttavia, nel tempo impiegato dalla boccia per raggiungere il bordo della pedana, il birillo si è “scansato”, a causa della rotazione, e la boccia manca l'impatto col bersaglio. Ma il giocatore dà un'interpretazione diversa di questo fallimento. Egli partecipa alla rotazione della pedana che quindi risulta ferma rispetto lui; anche il birillo rimane sempre di fronte al giocatore. La boccia manca il birillo perché la sua traiettoria non appare rettilinea al giocatore, ma opera una curva che la porta al lato del bersaglio. Indipendentemente dalla direzione (radiale od obliqua) e dal verso iniziali della velocità, la boccia

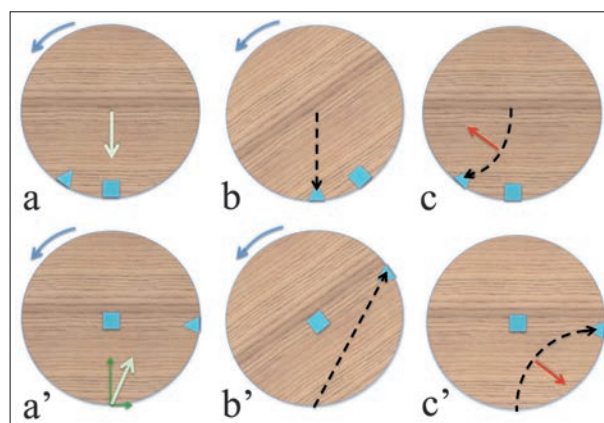


FIG. 1. I pannelli superiori mostrano il comportamento di una boccia lanciata dal centro verso il bordo di una pedana rotante; i primi due descrivono la situazione come osservata “al di sopra della pedana”, mentre l'ultima descrive ciò che appare al lanciatore della boccia: a) velocità iniziale della boccia (freccia verde) indirizzata verso un bersaglio (rappresentato dal quadrato azzurro). La freccia nera tratteggiata nel pannello b) indica la traiettoria rettilinea seguita dall'oggetto che raggiunge il bordo nel punto indicato dal triangolo azzurro. Il pannello c) illustra la situazione secondo un osservatore sulla pedana per il quale pedana e bersaglio sono fermi, e il proiettile curva verso destra a causa della forza di Coriolis (freccia rossa). I pannelli inferiori descrivono il comportamento di una boccia lanciata dal bordo verso il centro: a') velocità iniziale della boccia; oltre alla componente radiale del lancio c'è anche una componente tangenziale dovuta alla rotazione (freccia verde scuro). Anche in questo caso la traiettoria appare curvare a destra ad un osservatore sulla pedana. In generale, questo è vero per qualunque direzione e verso della velocità iniziale; la traiettoria, invece, appare curvare a sinistra in caso di rotazione oraria della pedana.

\* Questa rubrica si propone di presentare in modo sintetico e, per quanto possibile, autoconsistente argomenti che stanno alla base della conoscenza astronomica, spesso trascurati nella letteratura divulgativa, in quanto ritenuti di conoscenza generale oppure troppo difficili o troppo noiosi da presentare ad un pubblico non specialistico. Questi “fondamenti di astronomia”, volutamente trattati in uno spazio limitato, possono essere letti a due livelli; eventuali approfondimenti per i lettori che desiderino ampliare la conoscenza dell'argomento vengono esposti in carattere corsivo e incorniciati. Si suggerisce questa rubrica, quindi, a studenti dei vari tipi e livelli di scuole. Le *Spigolature astronomiche* si possono trovare anche in rete, nel sito Web del «Giornale di Astronomia», <http://giornaleastronomia.difa.unibo.it/giornale.html>.

<sup>1</sup> Assumiamo nullo l'attrito tra boccia e pedana.

apparirà curvare verso destra in caso di rotazione antioraria della pedana, e verso sinistra nel caso opposto. Il giocatore interpreta questa deviazione come l'effetto di una forza che agisce sulla boccia spingendola lateralmente lungo una direzione ortogonale a quella della velocità.

Non esiste una reale sorgente fisica per l'origine di questa forza (come invece la carica elettrica per la forza di Coulomb o la massa per la forza gravitazionale). Essa in realtà non esiste, ma per un osservatore posto sulla pedana è più comodo descrivere il moto degli oggetti *come se* tale forza fosse

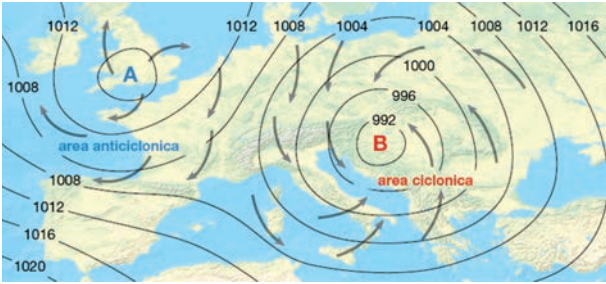


FIG. 2. Carta meteorologica dell'Europa illustrante le isobare (linee di ugual pressione) misurate in millibar. Sono presenti un massimo e un minimo di pressione, indicati, rispettivamente, con A e B. Le frecce mostrano la circolazione dei venti, oraria attorno al massimo (anticiclone) e antioraria attorno al minimo (ciclone).

reale.<sup>2</sup> Questa forza apparente viene chiamata *forza di Coriolis* dal nome del fisico francese Gaspard Gustave de Coriolis (1792-1843) che la studiò in dettaglio nel 1835.

La Terra può essere considerata come una grande pedana rotante; pertanto, come abbiamo detto all'inizio, qualunque movimento è soggetto, in linea di principio, all'influenza della forza di Coriolis. Tuttavia, come vedremo meglio nel livello avanzato, questa influenza è minima o nulla per eventi a carattere locale, mentre risulta considerevole per fenomeni particolarmente estesi quali quelli in campo meteorologico.

Esaminiamo, ad esempio, i *cicloni*, che si formano dall'incontro di aria fredda con aria più calda e umida generando nubi e perturbazioni atmosferiche. I cicloni extratropicali sono presenti alle medie latitudini (FIG. 2), mentre a latitudini inferiori si creano i cicloni tropicali (detti anche *uragani*) che, pur essendo di dimensioni inferiori – con diametri di poche centinaia di chilometri – sono tra le più violente perturbazioni atmosferiche (FIG. 3). I cicloni sono zone con pressione atmosferica più bassa rispetto a quella delle regioni circostanti (FIG. 2). L'aria, sospinta dalla differenza di pressione, tende a muoversi da queste regioni verso il centro della depressione. Se la Terra non ruotasse, ogni elemento d'aria raggiungerebbe questo centro seguendo una traiettoria rettilinea radiale; invece, a causa della rotazione terrestre, tale traiettoria si incurva sotto l'azione della forza di Coriolis. Di conseguenza, gli spostamenti di queste masse d'aria innescano venti che ruotano intorno alla zona di minima pressione, senza riuscire a “colmarla”, e danno luogo ad una cosiddetta *circolazione depressionaria*. Tale circolazione avviene in senso antiorario nell'emisfero nord giacché la Terra, vista dall'alto del polo nord, ruota in senso antiorario; nell'emisfero sud, invece, la circolazione depressionaria è oraria.

Come abbiamo già detto, in assenza della forza di Coriolis i venti si dirigerebbero direttamente dalle zone di alta pressione a quelle di bassa pressione, li-

<sup>2</sup> Un'altra ben nota forza apparente è la forza centrifuga che compare anch'essa nei sistemi di riferimento rotanti.

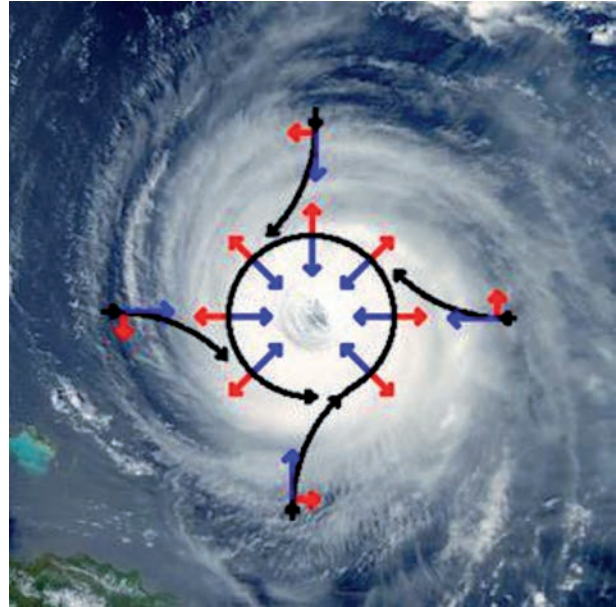


FIG. 3. Uragano attivo nell'emisfero nord. Le frecce blu indicano il percorso radiale che l'aria circostante seguirebbe per raggiungere il minimo di pressione in assenza della rotazione terrestre. In realtà i venti deflettono a causa dell'accelerazione di Coriolis (frecce rosse) dando luogo a un vortice con rotazione antioraria (frecce nere). In prossimità del centro l'accelerazione di Coriolis assume una disposizione centrifuga impedendo all'aria di raggiungere il centro. Si forma pertanto il cosiddetto “occhio del ciclone”, una regione di quasi calma del diametro di 30-60 km circondata da temporali.

vellando e uniformando rapidamente la pressione atmosferica; non potrebbero pertanto crearsi gli intensi cicloni e anticicloni responsabili della variabilità del tempo atmosferico che risulterebbe quindi prevalentemente stabile. Questa è precisamente la situazione che si verifica nella fascia equatoriale compresa tra le latitudini  $+5^\circ$  e  $-5^\circ$  (e che per questo viene chiamata *zona della calma equatoriale*). Infatti, a differenza della pedana della giostra, la superficie terrestre è sferica, e si può mostrare che la forza di Coriolis è massima ai poli e nulla all'equatore (si veda il livello avanzato).<sup>3</sup>

Per motivi del tutto analoghi a quanto accade nei cicloni, attorno ad una zona di alta pressione i venti assumono una circolazione oraria nell'emisfero nord e antioraria in quello sud, dando luogo agli *anticicloni* (FIG. 2). Il comportamento opposto di questa circolazione rispetto a quella depressionaria è dovuto al fatto che le masse d'aria tendono ad allontanarsi dal centro di alta pressione piuttosto che convergere verso di esso.

<sup>3</sup> La sia pur semplice dimostrazione si basa sul calcolo vettoriale ed è al di là degli scopi di questa nota. È però istruttivo capire dal punto di vista fisico la *necessità* di un annullamento dell'accelerazione di Coriolis all'equatore. Se così non fosse, se cioè l'accelerazione di Coriolis si mantenesse sempre diversa da zero e cambiasse bruscamente segno passando da un emisfero all'altro, si verificherebbero delle incongruenze: un uragano che nasce proprio all'equatore “non saprebbe in quale verso ruotare”, mentre uno che lo attraversa dovrebbe invertire bruscamente il suo verso di rotazione.

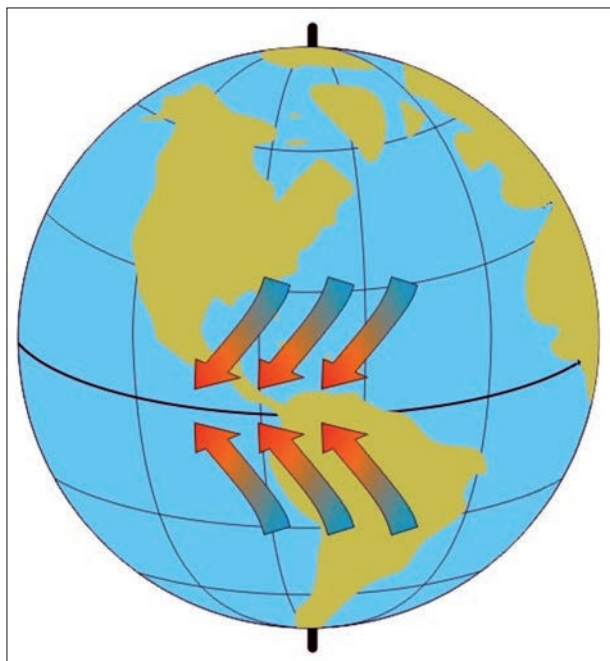


FIG. 4. Formazione dei venti alisei. L'aria si muove dalle latitudini intermedie verso l'equatore e viene deviata verso ovest dall'accelerazione di Coriolis dando luogo a venti relativamente uniformi e costanti.

L'accelerazione di Coriolis ha anche influenzato la navigazione ai tempi delle grandi scoperte geografiche. Come è noto, la superficie terrestre all'equatore è quella maggiormente scaldata dai raggi solari. Pertanto, qui l'aria, più calda e meno densa, tende a sollevarsi, lasciando "posto libero" all'aria più fredda e più densa che giunge dalle latitudini intermedie. In assenza della rotazione terrestre queste masse d'aria seguirebbero un percorso perpendicolare verso l'equatore seguendo i meridiani, ma la forza di Coriolis devia la loro traiettoria verso ovest (FIG. 4). Si generano così flussi d'aria detti *venti alisei*, alquanto costanti in direzione e intensità con velocità di 20-30 km/h. Grazie a queste caratteristiche gli alisei hanno giocato un ruolo importante ai tempi della navigazione a vela. Fu grazie a questi venti che Colombo raggiunse l'America.

Abbiamo sottolineato in precedenza che in genere l'accelerazione di Coriolis influenza in misura maggiore i fenomeni spazialmente estesi, come appunto quelli meteorologici. Vi sono, tuttavia, attività umane come, ad esempio, il volo degli aeroplani e la gittata dei cannoni che, pur coprendo scale spaziali minori, sono sottoposte ad accelerazioni di Coriolis piccole ma non trascurabili. Vi sono altri casi, come la presunta usura asimmetrica dei binari, dovuta ad un maggior logorio della rotaia destra (nell'emisfero nord) a causa della pressione ulteriore esercitata dalle ruote del treno per via della forza di Coriolis; qui l'effetto della rotazione terrestre è effettivamente presente ma è privo di conseguenze pratiche perché esiguo. È invece destituita di fondamento la leggenda metropolitana secondo cui, in analogia con quanto accade per gli uragani, il senso

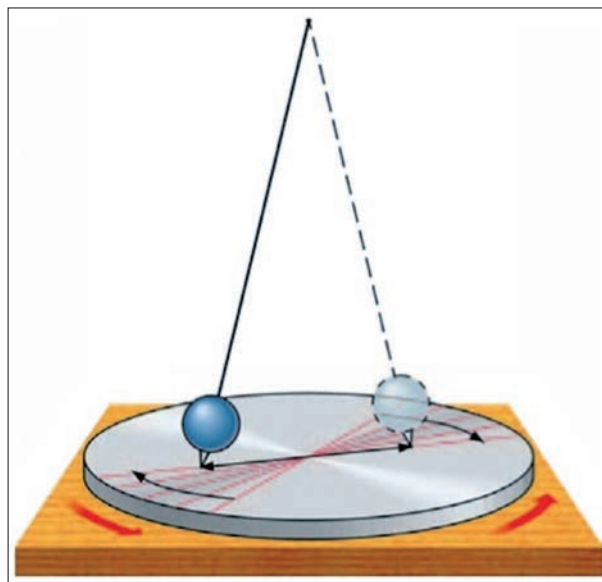


FIG. 5. Schema del pendolo di Foucault. Un pendolo che termina con una punta è posto su una base dotata di rotazione uniforme su cui è sparsa della sabbia. Durante le oscillazioni la punta lambisce la sabbia tracciando dei solchi che nel tempo assumono direzioni diverse perché il piano di oscillazione rimane fisso mentre la pedana ruota. Per un osservatore solidale con la pedana, quest'ultima è ferma e il piano di oscillazione ruota a causa della forza di Coriolis.

di rotazione del vortice creato dall'acqua nello scarico del lavandino dipenderebbe dall'emisfero in cui si trova; in realtà la velocità dell'acqua è così bassa e il tempo interessato così breve che l'accelerazione di Coriolis è praticamente assente, e la rotazione dell'acqua dipende da fattori casuali quali forma del lavandino, sua non perfetta orizzontalità ecc. Tutti i casi elencati in questo paragrafo sono discussi quantitativamente nel livello avanzato.

Citiamo infine il ruolo fondamentale che l'accelerazione di Coriolis ha avuto nella conferma sperimentale della rotazione terrestre. Si consideri un pendolo che, per semplicità, assumiamo posto al polo nord. Le leggi della fisica impongono al pendolo di oscillare sempre sullo stesso piano. D'altra parte, la superficie della Terra sottostante ruota: se quindi inizialmente il pendolo comincia ad oscillare, ad esempio, lungo il meridiano di Greenwich, con il passare delle ore meridiani sempre diversi verranno a trovarsi "allineati" con la direzione di oscillazione (FIG. 5). Per noi a terra, tuttavia, la Terra è ferma ed è invece il piano di oscillazione a ruotare a causa dell'accelerazione di Coriolis. Nel 1851 il fisico francese Jean Bernard Léon Foucault (1819-1868) verificò sperimentalmente quanto appena descritto dimostrando così l'effettiva rotazione della Terra<sup>4</sup> (si vedano le *Spigolature* nel n. 3 del 2011).

<sup>4</sup> In verità, la rotazione della Terra venne dimostrata per la prima volta dall'astronomo italiano Giovanni Battista Guglielmini (1760-1811) che, nel 1790-91 a Bologna, lasciò cadere delle palle di piombo dalla torre Asinelli e da quella della Specola, alte, rispettivamente, circa 100 e 50 metri. Il punto di caduta, per la torre Asinelli, era spostato in media di circa 16 mm verso est rispetto alla

Consideriamo il caso descritto nel livello base di un giocatore di bocce posto su una pedana rotante e che cerca di centrare il birillo posizionato sul bordo della pedana stessa. Abbiamo visto che ai suoi occhi la boccia compie una traiettoria curva come se su di essa agisse una forza parallela al pavimento e ortogonale alla velocità  $v$  della boccia stessa. Sia  $\Omega$  la velocità angolare della pedana (ossia la variazione del suo angolo di rotazione  $\theta$  nell'unità di tempo); durante il tempo  $t$  necessario alla boccia per percorrere il raggio  $R = vt$  della pedana il birillo percorre, a causa della rotazione, un arco di lunghezza  $s = R\theta$ . Vale, allora, la seguente catena di uguaglianze:

$$\begin{aligned} s &= R\theta \\ &= R(\Omega t) \\ &= (vt)(\Omega t) \\ &= \Omega vt^2. \end{aligned} \quad (1)$$

D'altra parte, sappiamo che un corpo sottoposto ad una accelerazione costante  $a_c$  compie nel tempo  $t$  un percorso

$$s = 0,5 a_c t^2. \quad (2)$$

Per piccoli angoli  $\theta$  è lecito uguagliare questa espressione di  $s$  a quella ottenuta più sopra (FIG. 6); deduciamo quindi che l'accelerazione di Coriolis è data da<sup>5</sup>

$$a_c = 2\Omega v.$$

Pertanto, l'accelerazione è tanto maggiore quanto maggiori sono  $\Omega$  e  $v$ ; in particolare, notiamo che un oggetto fermo sulla pedana non è soggetto a questa accelerazione.<sup>6</sup>

Dal momento che la Terra ruota, gli oggetti in movimento su di essa risentono dell'accelerazione di Coriolis. Contrariamente alla pedana di una giostra, però, la superficie terrestre è sferica. Si può dimostrare che in questo caso l'accelerazione di Coriolis dipende anche dalla latitudine  $\varphi$ :

$$a_c = 2\Omega v \sin(\varphi) = fv \quad (3)$$

dove  $f = 2\Omega \sin(\varphi)$  è detto parametro di Coriolis. Pertanto, questa accelerazione è massima ai poli e

verticale. Questo risultato dimostra che la Terra ruota da ovest verso est. Data l'esiguità della deviazione, non tutti rimasero convinti della validità dell'esperimento che ebbe una risonanza inferiore rispetto a quello eseguito da Foucault sessant'anni dopo. Negli esperimenti di Guglielmini era presente anche una deviazione verso sud, le cui cause, non essendo all'epoca ancora nota la forza di Coriolis, non vennero comprese; anche questo contribuì a mettere in discussione i pur accurati lavori dell'astronomo bolognese.

<sup>5</sup> La formula nel testo rappresenta un caso semplificato. In generale, essendo  $\vec{\Omega}$  e  $\vec{v}$  due vettori,  $a_c$  è data dal loro prodotto vettoriale:  $\vec{a}_c = -2(\vec{\Omega} \times \vec{v}) = -2|\vec{\Omega}||\vec{v}|\sin(\alpha)$ , dove  $|\vec{\Omega}|$  e  $|\vec{v}|$  rappresentano i moduli dei due vettori e  $\alpha$  l'angolo compreso.

<sup>6</sup> Contrariamente all'accelerazione di Coriolis, l'accelerazione centrifuga, che pure si sviluppa nei sistemi di riferimento in rotazione, agisce anche su oggetti fermi in tali riferimenti.

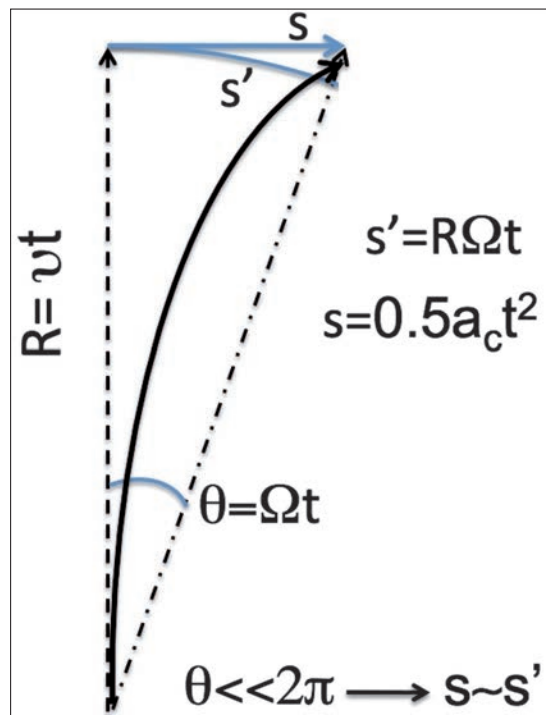


FIG. 6. La linea tratteggiata  $R$  indica il percorso compiuto nel tempo  $t$  da una boccia dotata di velocità  $v$  in assenza di rotazione della pedana. La linea curva rappresenta l'effettiva traiettoria della boccia come appare al giocatore. La distanza  $s$  tra le estremità delle due linee può essere assimilata alla lunghezza dell'arco  $s'$  per piccoli valori dell'angolo  $\theta$ .

nulla all'equatore. Infine, per la seconda legge di Newton, la forza di Coriolis agente su un corpo di massa  $m$  è data da

$$F_c = ma_c. \quad (4)$$

Per comprendere, sia pure come ordine di grandezza, il grado di influenza della forza di Coriolis sui fenomeni che si svolgono sulla Terra, dobbiamo confrontare le accelerazioni a cui questi fenomeni sono sottoposti a causa di forze reali (come, ad esempio, la gravità o la pressione dell'aria) con l'accelerazione fittizia di Coriolis. Consideriamo la durata  $t$  del fenomeno, la sua velocità caratteristica  $U$  e la sua estensione caratteristica  $L = Ut$ . L'accelerazione, com'è noto, è la variazione di velocità nel tempo, e quindi, in prima approssimazione, possiamo scrivere  $a \approx U/t$ . Posto  $Ro = a/a_c$ , abbiamo

$$Ro = \frac{a}{a_c} \approx \frac{U/t}{fU} \approx \frac{U/(L/U)}{fU} \approx \frac{U^2/L}{fU};$$

dopo un'ulteriore semplificazione otteniamo

$$Ro = \frac{U}{fL}. \quad (5)$$

Questo numero adimensionale è stato introdotto dal meteorologo svedese (naturalizzato statunitense) Carl-Gustaf Rosby (1898-1957) ed è detto appunto numero di Rosby. Tramite questo numero è

possibile valutare l'influenza della rotazione terrestre su di un determinato fenomeno: se  $Ro \gg 1$  questa influenza è trascurabile, mentre è vero il contrario per  $Ro \ll 1$ ; per  $Ro \approx 1$  la forza di Coriolis e le forze reali hanno pari importanza.

Vediamo allora qualche utilizzo pratico del numero di Rosby assumendo, a scopo dimostrativo,  $\varphi = 45^\circ$ . Tenuto conto che la Terra compie un giro in 24 ore, abbiamo  $\Omega = 2\pi/24 = 0,26 \text{ h}^{-1}$ , e  $f = 0,37 \text{ h}^{-1} = 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ .

Come abbiamo già detto nel livello base, i cicloni, extra-tropicali e tropicali, sono largamente influenzati dalla rotazione terrestre: abbiamo infatti, orientativamente,  $L = 100 - 1000 \text{ km}$ ,  $U = 100 \text{ km/h}$ , e  $Ro \approx 3 - 0,3$ . Questo spiega la rotazione antioraria (nell'emisfero nord) dei venti in questi sistemi.

Anche le correnti marine (come ad esempio, la corrente del Golfo), risentono dalla rotazione terrestre e deviano verso destra (nell'emisfero nord) rispetto alla loro direzione ideale di movimento. Si tratta di una sorta di "fiumi" di acqua più calda o più fredda degli oceani attraverso cui scorrono con velocità  $U = 5 \text{ km/h}$  su distanze  $L = 10.000 - 1000 \text{ km}$ ; si ottiene pertanto  $Ro \approx 0,01 - 0,001$ .

Esaminiamo ora alcune attività umane che possono essere influenzate dalla rotazione terrestre. Supponiamo che una nave cannoniera faccia fuoco contro un cacciatorpediniere posto a distanza  $L = 30.000 \text{ m}$ , sparando un proiettile con velocità  $U = 800 \text{ m/s}$ . Posto il tempo di volo del proiettile pari a  $t = L/U = 37,5 \text{ s}$ , e  $a_c = fU = 0,08 \text{ m/s}^2$ , dall'eq. (2) otteniamo l'ammontare della deviazione del proiettile pari a  $s \approx 56 \text{ m}$ : benché tale deviazione sia trascurabile rispetto alla gittata, è tuttavia sufficiente a far mancare il bersaglio all'artigliere; quest'ultimo, quindi, deve necessariamente tener conto dell'accelerazione di Coriolis per colpire l'obiettivo (nonostante sia  $Ro = 267$ ).

Il volo degli aeroplani presenta problematiche simili a quelle appena descritte per l'artiglieria. Assumendo una tratta di lunghezza  $L = 1000 \text{ km}$  percorsa con velocità  $U = 1000 \text{ km/h}$ , e ripetendo i passaggi svolti nel paragrafo precedente, otteniamo una deviazione finale  $s = 185 \text{ km}$ . Analogamente all'artigliere, anche il pilota deve apportare opportune correzioni di rotta per evitare di atterrare nell'aeroporto sbagliato! Va comunque sottolineato che l'effetto dell'accelerazione di Coriolis nei due casi precedenti, per quanto significativa, è minore delle perturbazioni dovute al vento.

Naturalmente, non soltanto gli aeroplani, ma anche i mezzi su ruota risentono della rotazione terrestre. Questo ha generato in alcuni la convinzione che, nell'emisfero nord, i treni consumino maggiormente la rotaia destra a causa della spinta laterale cui sono sottoposti a causa della forza di Coriolis che agisce sul treno. Per verificare la veridicità di questa convinzione, si consideri una locomotiva che si muove con velocità  $U = 100 \text{ km/h}$ . Essa è soggetta ad un'accelerazione di Coriolis pari ad  $a_c = fU = 2,78 \times 10^{-3} \text{ m/s}^2$ . Indicando con  $g = 9,82 \text{ m/s}^2$  l'accelerazione di gravità, otteniamo che il rapporto tra la forza laterale esercitata sulla rotaia destra (nell'emisfero nord) e il peso della locomotiva è pari a  $g/a_c = 3,53 \times 10^3$ ; possiamo pertanto concludere che la "extra" usura del binario destro dovuta alla forza di Coriolis, benché presente, è trascurabile rispetto alla normale usura dovuta al peso del treno.

Concludiamo, infine, questa breve rassegna commentando la leggenda metropolitana secondo cui il moto rotatorio con cui l'acqua defluisce nello scarico dei lavandini è antiorario nell'emisfero nord e orario nell'emisfero sud. Assumendo  $L \approx 1 \text{ m}$  e  $U \approx 1 \text{ m/s}$  otteniamo  $Ro \approx 10^4$ . L'accelerazione di Coriolis è dunque del tutto irrilevante in questo caso.

**Annibale D'Ercole** si è laureato in Fisica all'Università di Roma "La Sapienza". Astronomo associato presso l'INAF · Osservatorio di astrofisica e scienza dello spazio di Bologna (OAS), si occupa di simulazioni numeriche di idrodinamica, applicate alle nebulose e al gas interstellare delle galassie. È autore di numerosi articoli divulgativi pubblicati presso questa e altre riviste.