A cura di Annibale D'Ercole

INAF · Osservatorio Astronomico di Bologna

Dove finisce l'orizzonte?

Claudio Elidoro

DAVVERO molto facile trovare, su manuali scolastici o in Internet, una definizione comprensibile e completa di **orizzonte**. Tutte quante, oltre a sottolinearne l'etimologia chiamando in causa l'origine greca del termine (*ὁϱιζων* deriva dal verbo *ὁϱιζω*, che significa "limitare"), suggeriscono che si tratta della linea apparente che separa la terra dal cielo. La nostra esperienza, perfettamente in sintonia con l'etimologia, ci insegna che è la portata massima del nostro sguardo, sempre che non intervenga qualche schermo naturale o artificiale a bloccarlo. Quasi doveroso, a tal proposito, il cenno ai ben noti versi, scritti quasi due secoli fa, che aprono *l'Infinito* di Giacomo Leopardi (1798-1837):

> Sempre caro mi fu quest'ermo colle,
> e questa siepe, che da tanta parte
> dell'ultimo orizzonte il guardo esclude.
> [...]

Sempre puntando sulla nostra preziosa esperienza quotidiana, sappiamo altresì che, se ci innalziamo rispetto al suolo, possiamo spingere lo sguardo un poco più in là e ampliare il nostro orizzonte visibile. Esperienza ben nota fin dalla notte dei tempi e che vediamo concretizzata nella costruzione di alte torri di osservazione, tecnica di difesa preventiva diffusa praticamente in ogni cultura.

Quando ci si imbatte in questo argomento, credo venga quasi spontaneo chiedersi quanto lontano dall'osservatore si trovi quel cerchio che segna l'estremo confine della nostra vista, come pure indagare su quanto influisca su tale distanza l'innalzarsi rispetto al suolo. Due curiosità legittime e niente affatto banali che proviamo immediatamente a soddisfare.

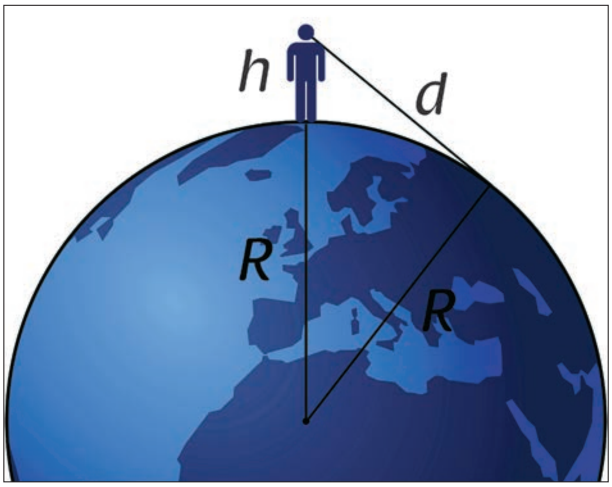

FIG. 1. Idealmente, senza ostacoli e limitazioni visive, un osservatore può spingere il suo sguardo fin dove la curvatura della Terra lo consente. La distanza dell'orizzonte dipenderà dunque dal raggio terrestre e dall'altezza alla quale si trovano gli occhi dell'osservatore. La figura, ovviamente, non è in scala.

Precisiamo subito che, nel nostro ragionare, immagineremo di trovarci su un pianeta perfettamente sferico e privo di asperità. Due condizioni che, se pensiamo alla rugosità della superficie della Terra e alla sua forma che la vede più gonfia all'equatore e più schiacciata ai poli, possono apparire davvero drastiche, ma che ci permettono di arrivare agevolmente alla nostra destinazione con precisione più che accettabile.

La situazione può essere riassunta nella FIGURA 1. È più che evidente come il disegno sia assurdamente fuori scala, ma ciò che ci interessa è ragionare sul triangolo rettangolo che vi appare. La linea di vista dell'osservatore, infatti, è tangente alla superficie terrestre, dunque nel punto di tangenza il raggio terrestre ($\boldsymbol{R}$) forma con la linea di vista un angolo retto.

Indicando con $\boldsymbol{d}$ la distanza in linea d'aria del punto di tangenza, con $\boldsymbol{h}$ l'altezza degli occhi del-

* Questa rubrica si propone di presentare in modo sintetico e, per quanto possibile, autoconsistente argomenti che stanno alla base della conoscenza astronomica, spesso trascurati nella letteratura divulgativa, in quanto ritenuti di conoscenza generale oppure troppo difficili o troppo noiosi da presentare ad un pubblico non specialistico. Questi "fondamenti di astronomia", volutamente trattati in uno spazio limitato, possono essere letti a due livelli; eventuali approfondimenti per i lettori che desiderino ampliare la conoscenza dell'argomento vengono esposti in carattere corsivo e incorniciati. Si suggerisce questa rubrica, quindi, a studenti dei vari tipi e livelli di scuole. Le *Spigolature astronomiche* si possono trovare anche in rete, nel sito Web del «Giornale di Astronomia», http://giornaleastronomia.difa.unibo.it/giornale.html.

l'osservatore rispetto al suolo e applicando al triangolo rettangolo il teorema di Pitagora, possiamo scrivere che

$$(R + h)^2 = d^2 + R^2 \qquad (1)$$

Sviluppando algebricamente il quadrato a sinistra nella (1) ed esplicitando l'uguaglianza rispetto a d, possiamo ottenere che:

$$d = \sqrt{2\,h\,R + h^2} \qquad (2)$$

Nelle situazioni in cui h sia molto minore di R, cioè praticamente in tutte le situazioni che vedono un osservatore in qualche modo vincolato al suolo e non a bordo di una nave spaziale, il termine h^2 sotto radice può essere trascurato senza problemi.

Utilizzando per il raggio terrestre R il valore di 6370 km e bilanciando opportunamente le unità di misura, possiamo trasformare la (2) nella seguente forma semplificata, in cui la distanza dell'orizzonte d è espressa in chilometri e l'altezza h rispetto al suolo in metri:

$$d \sim 3{,}57\,\sqrt{h} \qquad (3)$$

Questo significa che per un osservatore alto 1,80 m (dunque con gli occhi a circa 1,70 m dal suolo) l'orizzonte dista circa 4,7 km. Osservando invece dai 112 m di altezza del *Torrazzo* (la torre simbolo di Cremona, la mia città), l'orizzonte si trova a circa 37,8 km. Infine, se in un viaggio a Dubai potessimo salire proprio in cima al *Burj Khalifa* (829,8 m di altezza), l'orizzonte disterebbe la bellezza di 102,8 km.

Qualcuno potrebbe obiettare che la misura ottenuta con le nostre considerazioni geometriche indica la distanza in linea d'aria dal punto di orizzonte e non la distanza che dovrei percorrere sulla superficie terrestre per raggiungere quel punto. Obiezione certamente corretta – ce ne occuperemo nel 'livello avanzato' – ma quantitativamente inconsistente, almeno per le situazioni in cui potremmo imbatterci nell'esperienza di tutti i giorni.

Entriamo dunque nel merito dell'obiezione con cui abbiamo chiuso il livello base. Per descrivere meglio la situazione ci affidiamo alla Figura 2 *che, sebbene non rispetti la scala delle grandezze solitamente in gioco, sintetizza comunque la geometria del problema.*

Riferendoci alle grandezze definite e calcolate in precedenza e impiegando una semplice relazione trigonometrica, possiamo notare che l'angolo α *che sottende l'arco di circonferenza* ***AB*** *può essere ottenuto grazie alla relazione*

$$\alpha = \mathrm{arctg}\,(d/R) \qquad (4)$$

Questo significa che, esprimendo questo angolo in radianti, possiamo immediatamente risalire alla lunghezza dell'arco ***AB****, cioè alla distanza dell'orizzonte misurata sulla superficie terrestre. Basterà infatti moltiplicare l'angolo* α *per la misura del raggio terrestre.*

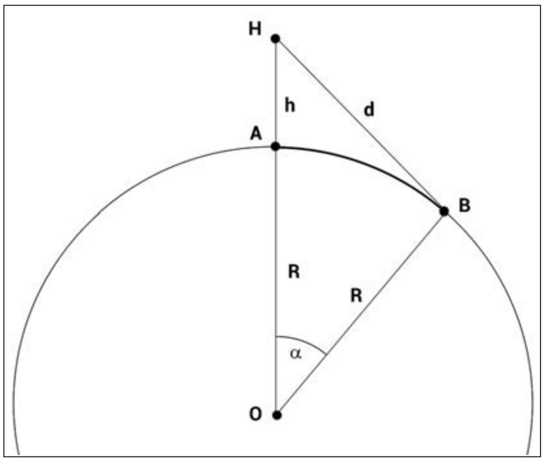

Fig. 2. *Per un osservatore posto in H, il segmento HD indica la distanza dell'orizzonte lungo la linea di vista, mentre l'arco di circonferenza AB, sotteso dall'angolo α, indica tale distanza misurata sulla superficie terrestre.*

Considerando gli esempi proposti nel 'livello base', nel caso del Torrazzo troveremmo una differenza di un metro e nel caso del Burj Khalifa tale differenza ammonterebbe a poco meno di una decina di metri. Confermando insomma, almeno nelle situazioni che potremmo definire quotidiane, l'inconsistenza quantitativa del dubbio sollevato.

È decisamente più importante per il calcolo che stiamo facendo, invece, l'influsso dell'atmosfera. Non tanto perché i fenomeni che la caratterizzano, per esempio nebbia e foschia, ci possono essere d'ostacolo impedendo allo sguardo di giungere fino al suo limite estremo, ma soprattutto perché la sua presenza può in realtà favorirci in senso opposto, estendendo tale limite teorico.

Aiutiamoci anche in questo caso con una figura che, sebbene non in scala, riesca comunque a darci l'idea di ciò che avviene quando chiamiamo in causa l'atmosfera. Riferendoci dunque alla Figura 3*, possiamo notare che, considerando per i raggi luminosi "un percorso rettilineo", l'orizzonte per l'osservatore in* ***A*** *sarà collocato in corrispondenza del punto* ***O****, mentre per un osservatore situato in* ***B****, dunque a una quota maggiore, tale orizzonte geometrico sarà collocato in* ***K****.*

Attraversando l'atmosfera, però, i raggi luminosi non procedono in linea retta perché risentono dei "fenomeni di rifrazione" dovuti alle variazioni di densità degli strati d'aria, sempre meno densi man mano ci si allontana dalla superficie terrestre. Il percorso dei raggi luminosi risulta dunque incurvato e la sua concavità rivolta verso il basso. Si tratta degli stessi fenomeni di rifrazione che originano il fenomeno del miraggio e della fata morgana e che,

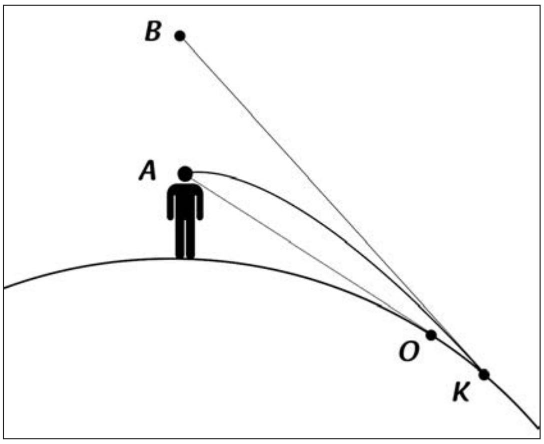

Fig. 3. *La presenza dell'atmosfera, idealmente composta da un susseguirsi di strati d'aria con differente densità, dunque con differenti coefficienti di rifrazione, comporta una deviazione dei raggi luminosi dal perfetto percorso rettilineo. Per tale motivo, l'osservatore che si trova in A riesce a scorgere oggetti posti al di là di O, il suo orizzonte geometrico. Praticamente è come se stesse osservando da una quota più elevata (B) e il suo orizzonte visivo diventasse di conseguenza più ampio (K).*

nel caso di osservazione di oggetti astronomici, ce li mostrano in una posizione differente da quella realmente occupata. Un fenomeno che risulta tanto più importante quanto più l'oggetto è basso sull'orizzonte.

Nelle considerazioni che riguardano quanto lontano si collochi l'orizzonte, il fenomeno della rifrazione atmosferica rende dunque possibile che un osservatore riesca a spingere il suo sguardo al di là del limite dell'orizzonte geometrico. Questo significa che, sempre riferendoci alla Figura 3, *l'osservatore in* **A** *non vedrà il suo orizzonte limitato al punto* **O**, *ma riuscirà a spingere il suo sguardo al di là di esso fino al punto* **K**. *Come se stesse osservando da un punto più elevato, oppure fosse cambiata la curvatura del pianeta, diventato più grande per un magico aumento del suo raggio.*

Senza addentrarci in calcoli complessi, una trattazione che tenga conto della rifrazione atmosferica può essere ricondotta al precedente modello geometrico semplicemente sostituendo il raggio terrestre **R** *finora impiegato con il raggio* $\mathbf{R_R}$ *dovuto alla rifrazione e caratterizzato da un valore leggermente superiore. Seguendo una prassi comune in geodesia, si considera per l'atmosfera un valore di rifrazione costante e si esprime tale grandezza come il rapporto tra la curvatura naturale della Terra e quella che risulta dalla "deformazione" indotta dall'atmosfera.*

Tipicamente si assume un valore pari a 1/7, vale a dire:

$$\frac{R_R - R}{R_R} = \frac{1}{7} \qquad (5)$$

Risolvendo questa espressione per $\mathbf{R_R}$, *con semplici passaggi algebrici possiamo ottenere*

$$R_R = \frac{7}{6} R \qquad (6)$$

Sarà dunque quello di $\mathbf{R_R}$ *il valore del raggio terrestre che dovremo impiegare nei nostri calcoli per ottenere un'attendibile valutazione della distanza dell'orizzonte che tenga opportunamente conto della rifrazione atmosferica. Tale valore, pari a circa 7432 km, ci porterà a modificare l'espressione (3) ottenendo*

$$d \sim 3{,}85\,\sqrt{h} \qquad (7)$$

Tornando nuovamente in cima al Torrazzo, dunque, la distanza dell'orizzonte visibile sarà di 40,8 km (tre chilometri più distante), mentre dalla sommità del Burj Khalifa l'orizzonte visibile disterà 111 km (anziché i 102,8 km calcolati in precedenza).

Claudio Elidoro si è laureato in Astronomia presso l'Università di Bologna con una tesi riguardante i Corpi minori del Sistema solare e si è diplomato al Master in Comunicazione Scientifica presso l'Università di Milano. È insegnante di matematica in una scuola professionale di Cremona e svolge attività di divulgazione astronomica scrivendo articoli per riviste del settore. Ha curato la prima parte della versione *online* delle Spigolature Astronomiche. Nel dicembre 2006 il Minor Planet Center ha assegnato il suo nome all'asteroide (43956) Elidoro.