

# Spigolature astronomiche★

A cura di Annibale D'Ercole

INAF · Osservatorio Astronomico di Bologna

## Vespero e Lucifero

Claudio Elidoro

**P**ROPRIO non c'è da stupirsi che l'astro più brillante e appariscente della volta celeste, esclusi ovviamente Sole e Luna, venisse fin dall'antichità associato alla dea della bellezza: l'apparizione serale o mattutina di Venere non passa mai inosservata. Il fatto, poi, che quella brillantissima luce celeste non si discostasse mai dal Sole, come capitava invece agli altri "astri erranti" (i pianeti) osservabili anche in piena notte, non faceva che aumentare il suo misterioso fascino. È vero, c'era anche un altro astro, benché non ugualmente luminoso, che manteneva un comportamento analogo, ma l'esagerata vicinanza di Mercurio al Sole rendeva la sua individuazione molto più difficile. Talmente difficile che si racconta che persino il grande Keplero si fosse lamentato sul letto di morte di non aver mai scorto il pianeta. Molto probabilmente si tratta di una leggenda metropolitana, ma sottolinea in modo egregio la difficoltà di una simile osservazione. Limitiamoci dunque a considerare Venere.

Noi sappiamo che l'abitudine di questo pianeta a non mostrarsi mai troppo distante dal Sole è una logica conseguenza della sua orbita, più interna di quella terrestre. Mentre i pianeti che percorrono orbite più esterne di quella della Terra, infatti, si possono osservare in ogni momento della notte e del giorno (luce solare permettendo), per Venere l'osservazione è limitata a quei brevi periodi in cui il Sole è già tramontato oppure sta per sorgere e la luce dell'astro riesce ad avere la meglio sul chiarore del cielo al tramonto o all'alba.

\* Questa rubrica si propone di presentare in modo sintetico e, per quanto possibile, autoconsistente argomenti che stanno alla base della conoscenza astronomica, spesso trascurati nella letteratura divulgativa, in quanto ritenuti di conoscenza generale oppure troppo difficili o troppo noiosi da presentare ad un pubblico non specialistico. Questi "fondamenti di astronomia", volutamente trattati in uno spazio limitato, possono essere letti a due livelli; eventuali approfondimenti per i lettori che desiderino ampliare la conoscenza dell'argomento vengono esposti in carattere corsivo e incorniciati. Si suggerisce questa rubrica, quindi, a studenti dei vari tipi e livelli di scuole. Le *Spigolature astronomiche* si possono trovare anche in rete, nel sito Web del «Giornale di Astronomia», [www.bo.astro.it/sait/giornale.html](http://www.bo.astro.it/sait/giornale.html).

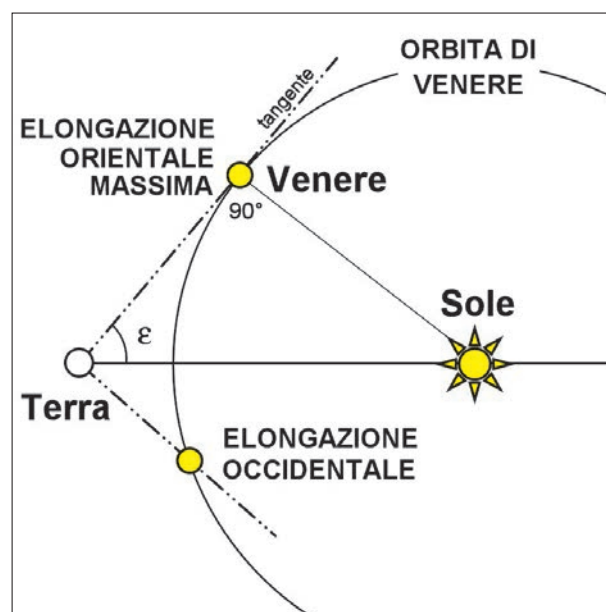


FIG. 1. Elongazione del pianeta Venere. Ipotizzando orbite circolari, la situazione di elongazione massima del pianeta si verifica quando la congiungente Terra-Venere è tangente all'orbita.

Quando si registra il maggior allontanamento di Venere dal Sole si parla di "elongazione massima" e tale situazione (vedi FIG. 1) si verifica quando la linea Terra-Venere è tangente all'orbita del pianeta. Per semplicità, abbiamo considerato entrambe le orbite perfettamente circolari, situazione che per Venere è molto vicina alla realtà dato che l'orbita del pianeta ha eccentricità incredibilmente bassa (solo 0,0068).

Il triangolo Terra-Venere-Sole è dunque rettangolo e pertanto è abbastanza semplice risalire al valore massimo dell'elongazione. Indicando con  $R_T$  il raggio dell'orbita terrestre e con  $R_V$  quello dell'orbita di Venere, possiamo vedere che

$$\varepsilon = \arcsin\left(\frac{R_V}{R_T}\right) \quad (1)$$

Inserendo a questo punto nella (1) i raggi orbitali di Venere (0,7233 UA) e della Terra (1 UA), otteniamo per  $\varepsilon$  il valore di circa  $46^\circ$ , molto vicino al valore

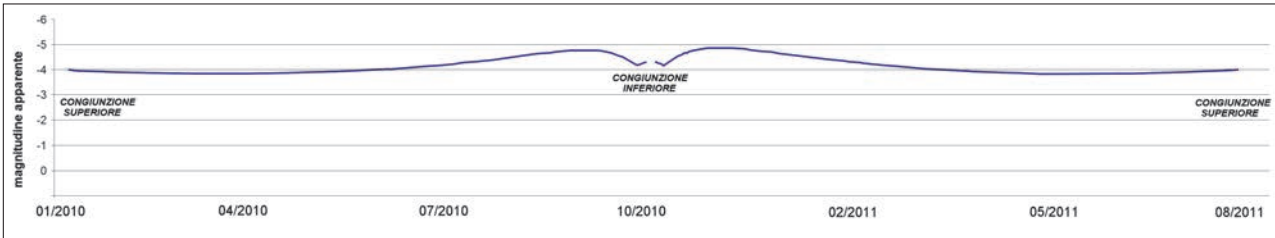


FIG. 2. Andamento della luminosità del pianeta Venere. Il periodo considerato è compreso tra due congiunzioni superiori, quella del gennaio 2010 e quella dell'agosto 2011. (Fonte dati: JPL Horizons system)

reale che è di circa un grado maggiore (colpa della nostra semplificazione).

Di Venere (a dire il vero per loro era Ishtar) se se sono occupati anche gli antichi abitanti della Mesopotamia. Probabilmente, le più antiche registrazioni dell'astro lucente giunte fino a noi sono quelle riportate da una tavoletta cuneiforme conservata al British Museum, una copia assira, risalente al VII secolo a.C., di osservazioni di Venere raccolte mille anni prima, al tempo di Ammisaduqa re di Babilonia. Molto interessante il fatto che in questa tavoletta ci si riferisca all'astro come la "lucente regina del cielo" e non si faccia distinzione tra apparizione serale o mattutina. Non così per i Greci che, prima che Pitagora nel VI secolo a.C. chiarisse la faccenda, distinguevano tra il mattiniero Phosphorus ("portatore di luce") e il serale Hesperus. Gli stessi nomi che ritroviamo presso i Romani tradotti in Lucifer e Vesper e che per noi sono diventati Lucifero (la stella del mattino) e Vespero (la stella della sera).

Agli antichi – ma anche a civiltà più vicine a noi nel tempo, come per esempio quella azteca – non era sfuggito il fatto che quelle apparizioni si ripetevano con cadenze sempre uguali: tra due massime elongazioni dello stesso tipo (est/ovest) passavano sempre 584 giorni, un tempo tutto sommato breve da ricordare e verificare. Gli astronomi chiamano questa cadenza con il nome di periodo sinodico e il suo valore dipende dalle velocità con cui Terra e Venere completano le loro danze intorno al Sole. Se indichiamo con  $\omega$  la velocità angolare relativa dei due pianeti (praticamente  $\omega_V - \omega_T$ ) abbiamo che tale periodo  $T$  vale

$$T = 2\pi / \omega \quad (2)$$

Scrivendo l'espressione in altro modo, usando cioè i periodi di rivoluzione dei due pianeti ( $T_V$  e  $T_T$ ) anziché le loro velocità angolari, otteniamo

$$T = \frac{2\pi}{\frac{2\pi}{T_V} - \frac{2\pi}{T_T}} = \frac{T_V \cdot T_T}{T_T - T_V} \quad (3)$$

Espressione meno problematica da calcolare in quanto i valori numerici dei periodi di rivoluzione di Venere e della Terra ( $T_V = 224,70$  giorni e  $T_T = 365,25$  giorni) sono molto più facilmente reperibili. Fatti i conti, otteniamo un valore davvero molto prossimo al 584 indicato in precedenza.

Abbiamo detto che l'aspetto che più colpisce di Venere è l'incredibile sua luminosità, potrebbe dunque essere interessante valutare come essa varia con il trascorrere del tempo. Rimandando al livello avanzato una trattazione più analitica del problema, ci limitiamo a riportare un grafico (FIG. 2) costruito con i dati di luminosità forniti dal sistema *Horizons*, il software di calcolo di effemeridi realizzato dal *Jet Propulsion Laboratory* e accessibile liberamente online (<http://ssd.jpl.nasa.gov/horizons.cgi>).

*Calcolare la luminosità di Venere è tutt'altro che semplice e i parametri che si dovrebbero valutare vanno ben oltre i limiti imposti da queste spigolature. Ciò non toglie che, con opportune semplificazioni, non si possa ugualmente fare qualche considerazione. Anzitutto imporremo la situazione geometrica più semplice, con orbite circolari e perfettamente complanari e inoltre ci limiteremo a individuare il punto di massimo della funzione che descrive il variare della luminosità di Venere. Non potremo quantificare tale luminosità (per questo ci accontentiamo del grafico di FIG. 2), ma non mancherà ugualmente qualche sorpresa.*

*Per le considerazioni geometriche da cui prenderemo l'avvio, faremo riferimento al triangolo illustrato dalla FIG. 3.*

*Applicando al triangolo Sole-Venere-Terra il teorema di Carnot (o teorema dei coseni) possiamo scrivere che*

$$x^2 = y^2 + d^2 - 2 y d \cos \delta \quad (1)$$

*espressione dalla quale possiamo ricavare che*

$$\cos \delta = \frac{y^2 + d^2 - x^2}{2 y d} \quad (2)$$

*Dato che la luminosità del pianeta dipende dalla fase e dalla distanza dalla Terra (nelle nostre semplificazioni la distanza Venere-Sole è costante e considereremo tale anche l'albedo del pianeta) possiamo scrivere che*

$$L_V \propto \frac{(1 + \cos \delta)}{d^2} \quad (3)$$

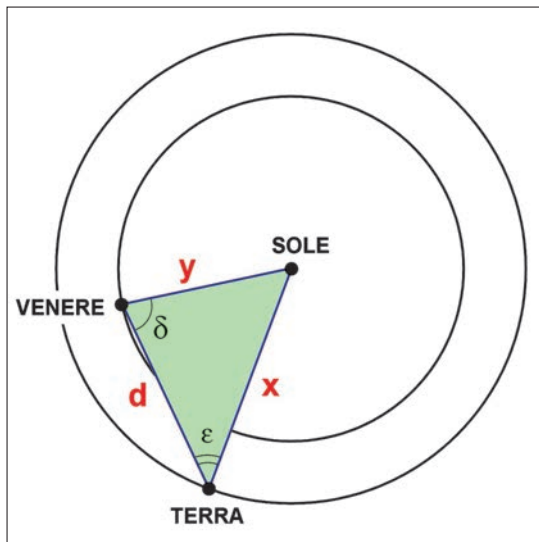


FIG. 3. Il triangolo Sole-Venere-Terra che costituisce la base per le considerazioni sulla luminosità del pianeta. L'angolo  $\epsilon$  è l'elongazione di Venere e, analogamente, l'angolo  $\delta$  è l'elongazione della Terra vista da Venere. Con  $x$  e  $y$  si indicano, rispettivamente, il raggio orbitale della Terra e quello di Venere, mentre la distanza tra i due pianeti è indicata con  $d$ .

Usando l'uguaglianza (2) nell'espressione (3), la luminosità di Venere può dunque essere descritta dalla relazione

$$L_V \propto \frac{1}{d^2} + \frac{1}{2dy} - \frac{(x^2 - y^2)}{2dy^3} \quad (4)$$

Un'espressione non semplice da gestire, ma che con opportune sostituzioni diventa meno ostica.

Chiamando  $z = 1/d$  e ponendo  $A = -(x^2 - y^2)/2y$  e  $B = 1/2y$  possiamo ricondurre la (4) alla seguente funzione di  $z$ :

$$g(z) = A z^3 + z^2 + B z \quad (5)$$

Poiché a noi interessa individuare il massimo di  $g(z)$ , dovremo trovare i valori per i quali si annulla la sua derivata prima, vale a dire i valori che soddisfano la seguente equazione di 2° grado:

$$g'(z) = 3Az^2 + 2z + B = 0 \quad (6)$$

Risolvendo la (6) otteniamo

$$z_{1/2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 3AB}}{3A} \quad (7)$$

che, ricordando le definizioni di  $A$  e  $B$  date in precedenza, apportando opportune semplificazioni e scartando una delle due soluzioni perché inaccettabile (distanza negativa), ci porta al valore di  $d$  per il quale si ha il massimo di  $L_V$ :

$$d_0 = \sqrt{3x^2 + y^2} - 2y \quad (8)$$

Se ora poniamo nella (8) i valori numerici di  $x$  e  $y$ , otteniamo che  $d_0 = 0,4304$  UA.

Conoscendo la distanza Terra-Venere per la quale la luminosità è massima, possiamo ricavare a quale elongazione essa corrisponda.

Applicando nuovamente al triangolo Sole-Venere-Terra il teorema di Carnot (coinvolgendo ovviamente l'angolo  $\epsilon$ ), possiamo ricavare che

$$y^2 = x^2 + d^2 - 2xd \cos \epsilon$$

e dunque

$$\cos \epsilon_0 = \frac{x^2 + d_0^2 - y^2}{2xd_0}$$

espressione che ci porta a ottenere per  $\cos \epsilon_0$  il valore di 0,7691.

Dato che tale valore corrisponde a un angolo di  $39^\circ 43' 37''$ , dobbiamo concludere (forse con un po' di sorpresa) che il momento di massima luminosità di Venere non coincide con la massima elongazione del pianeta.

Ma le sorprese non sono finite. Grazie alla (2) possiamo infatti determinare la fase del pianeta in quel momento (Nota: della fase dei pianeti ce ne siamo occupati più in dettaglio nella Spigolatura pubblicata sul «Giornale di Astronomia» del 2012, n. 3, p. 56).

Il calcolo della (2) indica che  $\cos \delta_0 = -0,4683$  e dunque per la fase in tale circostanza otteniamo un valore  $\phi_0 = (1 + \cos \delta_0)/2 = 0,2659$ .

Per quanto strano ci possa sembrare, al momento della sua massima luminosità Venere ha poco più di un quarto della sua superficie illuminata dal Sole.

**Claudio Elidoro** si è laureato in Astronomia presso l'Università di Bologna con una tesi riguardante i Corpi minori del Sistema solare e si è diplomato al Master in Comunicazione Scientifica presso l'Università di Milano. È insegnante di matematica in una scuola professionale di Cremona e svolge attività di divulgazione astronomica scrivendo articoli per riviste del settore. Ha curato la prima parte della versione on line delle Spigolature Astronomiche. Nel dicembre 2006 il Minor Planet Center ha assegnato il suo nome all'asteroide (43956) Elidoro.